

PPKE ITK I. évfolyam
Gyakorlófeladatok a május 10-i analízis zh-ra

1. A $z = 2x^2 + y^2$ elliptikus paraboloidnak a $z = 5$ sík által kimetszett szeletébe írjuk be a legnagyobb térfogatú téglateetet. Mekkora ennek a térfogata, és éleinek hossza?
2. Határozzuk meg az alábbi függvény abszolút szélsőértékeit:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy \quad (0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq x).$$

3. a)

$$\iint_R 4x - y^2 d(x, y) = ?$$

ahol az $R \subset \mathbb{R}^2$ tartományt az $y = 2 - x^2$ és az $y = x^2 - 2$ görbék határolják. Mi a feladat geometriai jelentése?

- b)

$$\iint_R y \cdot \sqrt{x^2 + y^2} d(x, y) = ?$$

ahol R az origó középpontú, 2 sugarú zárt félkörlemez. Mi a feladat fizikai jelentése?

- 4.

$$\iiint_R x^2 + 2y + z^2 d(x, y, z) = ?$$

ahol az R tartomány az $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + z = 2$, $y = 2$ síkok által határolt poliéder.

5. Számítsuk ki az $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, $z \geq 0$ félgömb alakú test tömegközéppontjának koordinátáit, ha sűrűsége egyenesen arányos a z -tengelytől mért távolsággal.
6. Számítsuk ki az alább megadott F függvény vonalintegrálját a megadott γ görbe mentén:

$$F(x, y, z) = (y + z, -x^2, -4y^2), \quad \gamma(t) = (t, t^2, t^4) \quad (0 \leq t \leq 1).$$

7. Igazoljuk, hogy az alábbi F vektormező potenciálos, és határozzunk meg egy primitív függvényt:

$$F(x, y, z) = \left(1 - \frac{1}{y} + \frac{y}{z}, \frac{x}{z} + \frac{x}{y^2}, -\frac{xy}{z^2} \right) \quad (x > 0, y > 0, z > 0).$$

8. Határozzuk meg az alábbi függvények Fourier-transzformáltját:

a) $f(x) = e^{-2(x+2)^2} \quad (x \in \mathbb{R});$

b) $f(x) = (x^2 - x + 2) \cdot e^{-|x|} \quad (x \in \mathbb{R});$

9. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenleteket:

a) $y'' - 3y' - 4y = e^{-x}.$

b) $y'' - 2y' - 3y = 2 \cos 3x;$

(összeállította: Csörgő István)