

Analízis szigorlati tematika

2005/2006

1. Valós számok axiómái. **Cantor féle közös-pont tétel.** Teljes indukció. **Infimum és supremum.** Alapegyenlőtlenségek. (Háromszög, Bernoulli, számtani és mértani közép) Számsorozat. Korlátos, monoton sorozatok. **Határérték.** Konvergencia és divergens sorozatok. **Cauchy sorozat. Konvergencia Cauchy-féle feltétele.**
2. Számtani átlag sorozat. Torlódási pont. Összehasonlító kritériumok. Rendőrelv. Rekurzív sorozatok. **Végtelen sorok. Konvergencia.** Hányados-kritérium. Gyökkritérium. Leibniz-sor. Abszolút- és feltételes konvergencia. **Az e szám.**
3. Függvény definíció. **Folytonosság, sorozatfolytonosság. Határérték véges pontban.** Határérték és folytonosság. Szakadási helyek. Határérték tulajdonságai és kiterjesztése. Nevezetes határértékek. **Átviteli elv.** Egyenletes folytonosság. **Inverzfüggvény.** Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények.
4. **Differenciálhányados.** Folytonosság és differenciálhatóság. **Differenciálási szabályok.** Láncszabály. Inverz függvény deriváltja. Lineáris aszimptota. Középtértéktételek. **Integrálszámítás alaptétele.** Érintő egyenes.
5. Lineáris közelítés. **Taylor polinom, tulajdonságai.** Lagrange-féle maradéktag. Monoton növekvő és fogyó függvények. Magasabb rendű deriváltak. **L'Hopital szabály.** Szélsőérték. **Lokális szélsőérték létezésének szükséges és elégséges feltétele.** Konvex és konkáv függvények.
6. **Primitív függvény.** Alaptulajdonságok. Riemann-integrál, alaptulajdonságai. Elégséges feltételek. **Newton-Leibniz tétel. Integrálfüggvény.** Integrálközép. Integrálszámítás II. alaptétele. **Helyettesítés integrálban**
7. Integrál középtértéktétel. **Parciális integrálás.** Jordán-görbe. Ívhossz. Forgástest térfogata. Lokálisan integrálható függvények. Improprius integrál. Majoráns és minoráns kritériumok. **Hatványfüggvény integrálja.** Cauchy -feltétel.
8. **Differenciálegyenlet értelmezése, megoldása.** Cauchy-feladat. Fizikai példák. Szeparábilis DE. **Homogén LDE megoldása.** Inhomogén egyenlet megoldása. Speciális eset: állandó együtthatók. Általános elsőrendű DE.
9. Függvénysorozatok. Konvergencia, egyenletes konvergencia. Függvénysorok. Összegfüggvény tulajdonságai. Hatványsorok. **Konvergenciatartomány.** Konvergencia sugár. **Taylor sor.**
10. **Fourier sor, valós- és komplex alak.** Trigonometrikus rendszer ortogonalitása. Derivált függvény Fourier sora. Fourier sor konvergenciája, együtthatók nagyságrendje. Pontsorozatok \mathbf{R}^2 -ben. **Korlátosság, konvergencia.** Polárkoordináták
11. Kétféle változós függvények. **Folytonosság. Határérték.** Egyenletes - és Lipschitz - folytonosság. Korlátos és zárt halmazon folytonos függvények tulajdonságai. **Parciális deriváltak.** Magasabb rendű parciális deriváltak. Sorrend felcserélhetősége.
12. **Teljes differenciálhatóság.** Érintősík. Iránymenti derivált. **Második derivált.** Láncszabály. Implicit függvény tétel. Szélsőérték. **Szükséges/elégséges feltétel lokális szélsőértékre.** Stacionárius pont, nyeregpont.
13. Lagrange-féle középtérték tétel. **Feltételes szélsőérték. Lagrange-féle multiplikátor szabály.** Függvény rendszerek, koordináta-transzformáció. **Jacobi mátrix.** Invertálhatóság, differenciálhatóság. Jacobi determináns. Taylor formula.
14. Jordan mérték \mathbf{R}^2 -ben. Riemann integrál kétdimenziós mérhető tartományon, alaptulajdonságai. **Integrálás téglalap alakú tartományon, normál tartományon.** **Helyettesítés.** Általános koordináta-transzformáció. **Gömbi polárkoordináták.**
15. **Vonal(görbe) definíciója.** Kétféle változós valós függvény integrálja vonal mentén. **Vektormező integrálja görbe mentén.** Potenciálkeresés. Potenciál létezésének szükséges és elégséges feltétele. **Felület, általános és speciális eset.** Felületi integrál. Kiszámítása. **Laplace transzformáció.** Alaptulajdonságok.
16. Improprius integrálok: nem korlátos tartományon ill. nem korlátos függvény integrálja. Hatványfüggvény. **Fourier transzformáció.** Alaptulajdonságok. **Inverz Fourier transzformáció.** Parseval egyenlet. Időtartomány és frekvenciatartomány. Konvolúció. Dirac delta függvény.
17. Komplex függvény, **kanonikus alak.** Elemi függvények kiterjesztése: Folytonosság. **Differenciálhatóság. Cauchy-Riemann egyenletek.** Komplex vonalintegrál, kiszámítása. **Cauchy-féle alaptétel** Cauchy -féle integrálformula. **Taylor sorfejtés.** Zérus és pólus, residuum. **Laurent sorfejtés.** Szingularitások.
18. **Magasabb rendű lineáris DE-k általános megoldása, homogén és inhomogén eset.** Laplace transzformáció alkalmazása DE megoldására. DE rendszerek. Állandó együtthatós lineáris DER. **Állandó együtthatós PDE-k.** Elliptikus PDE: harmonikus függvények. Hiperbolikus PDE: hullámegyenlet. Parabolikus PDE: hővezetés.