

Matematikai Analízis I.

Feladatok a DIFFERENCIÁLEGYENLETEK témakörből

Az alábbi feladatok minták. A vizsga során egy hasonló típusú feladatot kell megoldani. A *-gal jelölt feladatokat csak a JÓ és JELES jegyért kell tudni.

Szeeparábilis differenciálegyenletek

$$\text{Sz.1} \quad y' = -y^4 \cdot e^{2x}$$

$$\text{Sz.2} \quad y' = \frac{\sin(x)}{\sin(y)}$$

$$\text{Sz.3} \quad y' = \text{ctg}(x) \cdot y$$

$$\text{Sz.4} \quad \cos(x)y' = \sin(x)y.$$

$$\text{Sz.5} \quad y' = \frac{2xy^2}{1-x^2}$$

$$\text{Sz.6} \quad y' = \frac{y^2}{1-x^2}$$

$$\text{Sz.7} \quad y' = \frac{1}{y \cdot (1+x^2)}$$

$$\text{Sz.8} \quad y' = \frac{1}{y \cdot (9+4x^2)}$$

$$\text{Sz.9} \quad y' = \frac{1}{y \cdot (1-4x^2)}$$

$$\text{Sz.10} \quad y' = \frac{y^2+1}{x+1}$$

Általános megoldás keresünk, kicsit nehezebb integrálokkal

$$\text{Sz.11} \quad * \quad y' = \frac{2(xy+x-y-1)}{x^2-2x}$$

$$\text{Sz.12} \quad y' = \frac{3}{x+xy^2}$$

$$\text{Sz.13} \quad * \quad y'y(4+9x^2) = 1$$

$$\text{Sz.14} \quad * \quad (1+x^2)y' + (1+2y)x = 0$$

Cauchy feladatok

$$\text{Sz.15} \quad y' = -y^3 e^{2x}; \quad y(1) = 1$$

$$\text{Sz.16} \quad y' + ye^x = 0; \quad y(1) = 0$$

$$\text{Sz.17} \quad \frac{yy'}{1+x} = \frac{x}{1+y}, \quad y(1) = 1$$

$$\text{Sz.18}^* \quad yy' = \frac{e^x}{1 + e^x}; \quad y(1) = 1$$

$$\text{Sz.19}^* \quad y \ln(y) + xy' = 0; \quad y(1) = 1$$

Lineáris differenciálegyenletek

$$\text{L.1} \quad y' = -y$$

$$\text{L.2} \quad y' = -y + 2$$

$$\text{L.3} \quad y' = -2xy$$

$$\text{L.4}^* \quad y' = -y + \sin(2x)$$

$$\text{L.5} \quad y' = xy$$

$$\text{L.6}^* \quad y' = -2y + 1$$

$$\text{L.7} \quad y' = -\frac{2}{x}y$$

$$\text{L.8}^* \quad y' = -2xy + 2xe^{-x^2}$$

$$\text{L.9} \quad y' = \frac{2}{x}y$$

$$\text{L.10}^* \quad y' = xy + x^3e^{x^2/2}$$

$$\text{L.11} \quad y' = -yx$$

$$\text{L.12} \quad y' = \frac{y}{x \ln(x)}$$

$$\text{L.13}^* \quad y' = -y + xe^x$$

$$\text{L.14}^* \quad y' = -\frac{1}{2}y + x^3$$

Homogén és inhomogén LDE. Cauchy feladat.

$$\text{L.15} \quad y' = 2y; \quad y(0) = 1$$

$$\text{L.16} \quad y' = -2xy; \quad y(1) = 1$$

$$\text{L.17} \quad y' = xy; \quad y(1) = -1$$

$$\text{L.18} \quad y' = \frac{2}{x}y; \quad y(1) = -1$$

$$\text{L.19}^* \quad y' = \frac{y}{x \ln(x)}; \quad y(1) = 2$$

$$\text{L.20}^* \quad y' = -\frac{2}{x}y + 3; \quad y(1) = 1$$

$$\text{L.21} \quad y' = -\frac{1}{2}y + 1; \quad y(0) = 1$$

$$\text{L.22}^* \quad y' = -2xy + 3xe^{-x^2}; \quad y(\sqrt{\ln 2}) = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$$