Matematikai Analízis I.

Feladatok a Differenciálegyenletek témakörből

*Az alábbi feladatok minták. A vizsga során egy hasonló típusú feladatot kell megoldani. A *-gal jelölt feladatokat csak a* JÓ *és* JELES *jegyért kell tudni.*

Szeparábilis differenciálegyenletek

Sz.1 $y' = -y^4 \cdot e^{2x}$

Sz.2 $y' = \mathrm{ctg}(x) \cdot y$

Sz.3 $\cos(x)y' = \sin(x)y.$

Sz.4 $y' = \dfrac{2xy^2}{1-x^2}$

Sz.5 $y' = \dfrac{1}{y \cdot (1+x^2)}$

Sz.6 $y' = \dfrac{1}{y \cdot (9-4x^2)}$

Sz.7 $y' = \dfrac{y^2+1}{x+1}$

Általános megoldás keresünk, kicsit nehezebb integrálokkal

Sz.8 $y' = 2\dfrac{xy+x-y-1}{x^2-2x}$

Sz.9 $y' = \dfrac{3}{x+xy^2}$

Sz.10 $y'y(4+9x^2) = 1$

Sz.11 * $(1+x^2)y' + (1+2y)x = 0$

Cauchy feladatok.

Sz.12 $xy' + yxe^x = 0; \qquad y(1) = 0$

Sz.13 $\dfrac{yy'}{1+x} = \dfrac{x}{1+y},\ y(1) = 1$

Sz.14 * $yy' = \frac{e^x}{1+e^x}; \quad y(1) = 1$

Sz.15 $y \ln(y) + xy' = 0; \quad y(1) = 1$

Lineáris differenciálegyenletek

L.1 $y' = -y$

L.2 $y' = -y + 2$

L.3 $y' = -y + \sin(2x)$

L.4 $y' = -2xy$

L.5 $y' = -2y + 1$

L.6 * $y' = -2xy + 2xe^{-x^2}$

L.7 $y' = xy$

L.8 * $y' = xy + x^3 e^{x^2/2}$

L.9 $y' = \frac{y}{x \ln(x)}$

L.10 * $y' = \frac{y + x^2(2\ln(x) - 1)}{x \ln(x)}$

L.11 $y' = -y + xe^x$

Homogén és inhomogén LDE. Cauchy feladat.

L.12 $y' = 2y; \quad y(0) = 1$

L.13 $y' = -2xy; \quad y(1) = 1$

L.14 $y' = xy; \quad y(1) = -1$

L.15 $y' = \frac{2}{x} y; \quad y(1) = -1$

L.16 * $y' = -\frac{2}{x} y + 3; \quad y(1) = 1$

L.17 $y' = -\frac{1}{2} y + 1; \quad y(0) = 1$

L.18 * $y' = -2xy + 3xe^{-x^2}; \quad y\left(\sqrt{\ln 2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$