

Matematika Analízis I.

Feladatok az elsőrendű Differenciálegyenletek témakörből

Az alábbi feladatok minták. A vizsga során egy hasonló típusú feladatot kell megoldani. A *-gal jelölt feladatokat csak a jó és jeles jegyért kell tudni.

Szeperábilis differenciálegyenletek

Általános megoldást keresünk

1. $y' = \frac{2xy^2}{1-x^2}$

2. $y' = \frac{1}{y \cdot (9+4x^2)}$

3. $y' + y^4 \cdot e^{2x} = 0$

4. $y' = \frac{1}{y \cdot (9-4x^2)}$

5. $y' = \operatorname{ctg}(x) \cdot y$

6. $y' = \frac{y^2 - 1}{(2y + xy)}$

7. $xy' + y = y^2$

8. $y' = \frac{y^2 + 1}{x + 1}$

Általános megoldás keresünk, kicsit nehezebb integrálokkal

9. $(x^2 - 2x)y' = 2(xy + x - y - 1)$

10. $\sqrt{1-x^2}y' + xy = 0$

11. $(x + xy^2)y' - 3 = 0$

12. * $\sqrt{1+x^2}y' = \sqrt{1-y^2}$

13. $(1-x^2)y' = \sqrt{1-y^2}$

14. $(1+x^2)y' = \sqrt{1-y^2}$

15. $xyy' - (1-y^2) = 0$

16. * $x(1+y^2) + (1+x^2)y' = 0$

17. $\cos(x)y' = \sin(x)y.$

18. $y'y(4+9x^2) = 1$

19. * $\sin(x)y' = \sin(y)$

20. * $(2x+1)y' + y^2 = 0$

21. * $(1+x^2)y' + (1+2y)x = 0$

$$22. * \quad y' \sin(x) \sin(y) + 5 \cos(x) \cos^3(y) = 0$$

Cauchy feladatok.

$$23. \quad xy' + yxe^x = 0; \quad y(1) = 0$$

$$24. * \quad \sin(x) \cos^3(y) + (\cos(x) + 1) \sin(y)y' = 0, \quad y(2\pi) = \frac{\pi}{4}$$

$$25. \quad \frac{yy'}{1+x} = \frac{x}{1+y}, \quad y(1) = 1 \quad 26. * \quad yy' = \frac{e^x}{1+e^x}; \quad y(1) = 1$$

$$27. \quad y'x = y \ln(y); \quad y(0) = 1 \quad 28. \quad y \ln(y) + xy' = 0; \quad y(1) = 1$$

$$29. \quad x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2}y' = 0; \quad y(0) = 1$$

Lineáris differenciálegyenletek

Általános megoldást keresünk

$$1. \quad y' = -2xy$$

$$2. * \quad y' = -2xy + 2xe^{-x^2}$$

$$3. \quad y' = xy$$

$$4. * \quad y' = xy + x^3e^{x^2/2}$$

$$5. \quad y' \cos(x) + y \sin(x) = 0$$

$$6. * \quad y' \cos(x) + y \sin(x) = 1$$

$$7. \quad y' = \frac{2}{x}y$$

$$8. * \quad y' = \frac{2}{x}y + x^2e^x$$

$$9. \quad y' = 3\operatorname{tg}(x)y$$

$$10. * \quad y' = 3\operatorname{tg}(x)y + \frac{1}{\cos(x)}$$

$$11. \quad y' = -yx$$

$$12. * \quad y' = -yx + 6e^{-x^2/2}$$

$$13. \quad (x^2 - 1)y' = xy$$

$$14. \quad y' = -y \operatorname{tg}x + \sin(2x)$$

$$15. \quad y' = -\frac{2}{x}y$$

$$16. \quad y' = -\frac{2}{x}y + x^3$$

$$17. \quad y' = -y$$

$$18. \quad y' = -y + \sin(2x)$$

19. $y' x \ln(x) - y = 0$ 20. * $y' x \ln(x) - y = x^2(2\ln(x) - 1)$
 21. $y' = y \operatorname{ctg}(x) + e^x \sin(x)$ 22. $xy' + y = x \ln|x|$

Homogén és inhomogén LDE. Cauchy feladat.

23. $y' = 2y; \quad y(0) = 1$
 24. $y' = -2xy; \quad y(1) = 1$
 25. Írjuk fel az $y' = -xy + x$ differenciálegyenletnek a $P(0, 7)$ ponton átmenő megoldását!
 26. $y' = xy; \quad y(1) = -1$
 27. $y' = \frac{2}{x}y; \quad y(1) = -1$
 28. $y' = -\frac{2}{x}y + 3; \quad y(1) = 1$
 29. $y' = -\frac{x}{(1-x^2)}y + 1; \quad y(0) = 1$
 30. * $y' = -2xy + 3xe^{-x^2}; \quad y(\sqrt{\ln 2}) = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$
 31. * $y' = -y \cos(x) + \sin(2x); \quad y(0) = 1$
 32. * $y' = -x^2y + x^2; \quad y(2) = 1$