

# Matematika Analízis I.

## Feladatok az elsőrendű Differenciálegyenletek tétakörből

Az alábbi feladatok minták. A vizsga során egy hasonló típusú feladatot kell megoldani. A \*-gal jelölt feladatokat csak a jó és jeles jegyért kell tudni.

## Szeeparábilis differenciálegyenletek

Általános megoldást keresünk

1.	$y' = \frac{2xy^2}{1-x^2}$	2.	$y' = \frac{1}{y \cdot (9+4x^2)}$
3.	$y' + y^4 \cdot e^{2x} = 0$	4.	$y' = \frac{1}{y \cdot (9-4x^2)}$
5.	$y' = \operatorname{ctg}(x) \cdot y$	6.	$y' = \frac{y^2 - 1}{(2y + xy)}$
7.	$xy' + y = y^2$		

Általános megoldás keresünk, kicsit nehezebb integrálokkal

8.	$(x^2 - 2x)y' = 2(xy + x - y - 1)$		
9.	$\sqrt{1-x^2}y' + xy = 0$	10.	$(x + xy^2)y' - 3 = 0$
11. *	$\sqrt{1+x^2}y' = \sqrt{1-y^2}$	12.	$(1-x^2)y' = \sqrt{1-y^2}$
13.	$(1+x^2)y' = \sqrt{1-y^2}$	14.	$xyy' - (1-y^2) = 0$
15. *	$x(1+y^2) + (1+x^2)y' = 0$	16.	$\cos(x)y' = \sin(x)y.$
17.	$y'y(4+9x^2) = 1$	18. *	$e^x y' = e^y$
19. *	$(2x+1)y' + y^2 = 0$	20. *	$(1+x^2)y' + (1+2y)x = 0$
21. *	$y' \sin(x) \sin(y) + 5 \cos(x) \cos^3(y) = 0$		

Szeeparábilis DE. Cauchy feladat.

22.	$xy' + yxe^x = 0; \quad y(1) = 0$		
23. *	$\sin(x) \cos^3(y) + (\cos(x) + 1) \sin(y)y' = 0, \quad y(2\pi) = \frac{\pi}{4}$		

24.  $\frac{yy'}{1+x} = \frac{x}{1+y}, y(1) = 1$       25. \*  $yy' = \frac{e^x}{1+e^x}; y(1) = 1$
26.  $y'x = y \ln(y); y(0) = 1$       27.  $y \ln(y) + xy' = 0; y(1) = 1$
28.  $x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2}y' = 0; y(0) = 1$

## Lineáris differenciálegyenletek

Általános megoldást keresünk

1.  $y' = -2xy$       2. \*  $y' = -2xy + 2xe^{-x^2}$
3.  $y' = xy$       4. \*  $y' = xy + x^3e^{x^2/2}$
5.  $y' \cos(x) + y \sin(x) = 0$       6. \*  $y' \cos(x) + y \sin(x) = 1$
7.  $y' = \frac{2}{x}y$       8. \*  $y' = \frac{2}{x}y + x^2e^x$
9.  $(x^2 - 1)y' = xy$       10.  $y' = 3\operatorname{tg}(x)y$
11.  $y' = -y \operatorname{tg}x + \sin(2x)$       12.  $y' = -yx$
13. \*  $y' = -yx + 6e^{-x^2/2}$       14. \*  $y' = 3\operatorname{tg}(x)y + \frac{1}{\cos(x)}$
15.  $y' = -\frac{2}{x}y + x^3$       16.  $y' = -y + \sin(2x)$
17.  $y' x \ln(x) - y = 0$       18.  $xy' + y = x \ln|x|$
19.  $y' = y \operatorname{ctg}(x) + e^x \sin(x)$
20. \*  $y' x \ln(x) - y = x^2(2\ln(x) - 1)$

**Homogén és inhomogén LDE. Cauchy feladat.**

21.  $y' = 2y; y(0) = 1$
22. Írjuk fel az  $y' = -xy + x$  differenciálegyenletnek a  $P(0, 7)$  ponton átmenő megoldását!
23.  $y' = -\frac{2}{x}y + 3; y(1) = 1$
24.  $y' = -\frac{x}{(1-x^2)}y + 1; y(0) = 1$
25. \*  $y' = -2xy + 3xe^{-x^2}; y(\sqrt{\ln 2}) = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$

26. \*  $y' = -y \cos(x) + \sin(2x); \quad y(0) = 1$

27. \*  $y' = -x^2y + x^2; \quad y(2) = 1$