

Matematika Analízis I.

Feladatok az elsőrendű Differenciálegyenletek tétaköréből

Az alábbi feladatok minták. A vizsga egy hasonló típusú feladat megoldásával fog kezdődni. A *-gal jelölt feladatokat csak a jó és jeles jegyért kell tudni.

Szeperábilis differenciálegyenletek

Általános megoldás

1. $y' = \frac{2xy^2}{1-x^2}$
2. $y' = \frac{1}{y \cdot (9+4x^2)}$
3. $y' + y^4 \cdot e^{2x} = 0$
4. $y' = \frac{1}{y \cdot (9-4x^2)}$
5. $y' = \operatorname{ctg}(x) \cdot y$
6. $y' = \frac{y^2 - 1}{(2y + xy)}$
7. $xy' + y = y^2$

Általános megoldás, kicsit nehezebb integrálokkal

8. $(x^2 - 2x)y' = 2(xy + x - y - 1)$
9. $\sqrt{1-x^2}y' + xy = 0$
10. $(x + xy^2)y' - 3 = 0$
11. * $\sqrt{1+x^2}y' = \sqrt{1-y^2}$
12. $(1-x^2)y' = \sqrt{1-y^2}$
13. $(1+x^2)y' = \sqrt{1-y^2}$

14. * $x(1 + y^2) + (1 + x^2)y' = 0$
15. $xyy' - (1 - y^2) = 0$
16. $y'y(4 + 9x^2) = 1$
17. * $e^x y' = e^y$
18. * $(2x + 1)y' + y^2 = 0$
19. * $(1 + x^2)y' + (1 + 2y)x = 0$
20. * $y' \sin(x) \sin(y) + 5 \cos(x) \cos^3(y) = 0$
21. $\cos(x)y' = \sin(x)y.$

Szeeparábilis DE. Cauchy feladat.

22. $xy' + yxe^x = 0; \quad y(1) = 0$
23. * $\sin(x) \cos^3(y) + (\cos(x) + 1) \sin(y)y' = 0, \quad y(2\pi) = \frac{\pi}{4}$
24. $\frac{yy'}{1+x} = \frac{x}{1+y}, \quad y(1) = 1$
25. $\frac{yy'}{1+x} = \frac{x}{1+y}, \quad y(0) = 1$
26. $y'x = y \ln(y); \quad y(0) = 1$
27. * $yy' = \frac{e^x}{1+e^x}; \quad y(1) = 1$
28. $x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2}y' = 0; \quad y(0) = 1$
29. $y \ln(y) + xy' = 0; \quad y(1) = 1$

Lineáris differenciálegyenletek

Általános megoldás

1. $y' = -2xy$
2. * $y' = -2xy + 2xe^{-x^2}$
3. $y' = xy$
4. * $y' = xy + x^3e^{x^2/2}$
5. $y' \cos(x) + y \sin(x) = 0$
6. * $y' \cos(x) + y \sin(x) = 1$
7. $y' = \frac{2}{x}y$
8. * $y' = \frac{2}{x}y + x^2e^x$
9. $(x^2 - 1)y' = xy$
10. $y' = 3\operatorname{tg}(x)y$
11. $y' = -y \operatorname{tg}x + \sin(2x)$
12. $y' = -yx$
13. * $y' = -yx + 6e^{-x^2/2}$
14. * $y' = 3\operatorname{tg}(x) y + \frac{1}{\cos(x)}$
15. $y' = -\frac{2}{x}y + x^3$
16. $y' = -y + \sin(2x)$
17. $y' x \ln(x) - y = 0$
18. * $y' x \ln(x) - y = x^2(2\ln(x) - 1)$
19. $y' = y \operatorname{ctg}(x) + e^x \sin(x)$
20. $xy' + y = x \ln|x|$

Homogén és inhomogén LDE. Cauchy feladat.

21. $y' = 2y; \quad y(0) = 1$

22. Írjuk fel az

$$y' = -xy + x$$

differenciálegyenletnek a $P(0, 7)$ ponton átmenő megoldását!

23. $y' = -\frac{2}{x}y + 3; \quad y(1) = 1$

24. $y' = -\frac{x}{(1-x^2)}y + 1; \quad y(0) = 1$

25. * $y' = -2xy + 3xe^{-x^2}; \quad y(\sqrt{\ln 2}) = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$

26. * $y' = -y \cos(x) + \sin(2x); \quad y(0) = 1$

27. * $y' = -x^2y + x^2; \quad y(2) = 1$