

Matematikai Analízis III.

Tételjegyzék 2016

1. Vektormező. Derivált és mérőszámai: divergencia, rotáció. Fizikai és szemléletes jelentés. Alapösszefüggések, deriválási szabályok. Vonalintegrál: definíció és kiszámítás. Speciális eset $\mathbb{R}^2$ -ben. Felületi integrál $\mathbb{R}^3$ -ban. Fluxus, ennek fizikai jelentése.
2. Egyszerű sokaság $\mathbb{R}^n$ -ben, parametrikus és implicit megadás. Sokaság határa. Példák. Vonal $\mathbb{R}^n$ -ben, felület $\mathbb{R}^3$ -ban. Gauss-Osztrogradszkij tétel. Bizonyítás ötlet.
3. Sokaság, általános eset. Parametrikus megadás: térkép és atlasz. Tangens tér és normál tér - parametrikus és implicit megadású sokaság esetén.
4. Stokes tétel $\mathbb{R}^3$ -ban. Cirkuláció, ennek szemléletes jelentése. Green tétel. Variációs számítás motiváció: fizikai példák. Feladat matematikai modellje. Optimum létezésének szükséges feltétele: Euler-Lagrange egyenlet.
5. Variációs számítás alapfeladat, $F(x, u, u')$ hiányos változókkal. Speciális esetek, a stacionáris megoldásra vonatkozó feltételek egyszerűbben. Példa: láncgörbe, ciklois.
6. Variációs számítás alapfeladatának általánosításai. Több függvény együttes stacionaritása: pl. geodetikus görbék. Többváltozós függvény, mint ismeretlen: pl. minimális felszín. Példa: húr mozgásának egyenlete.
7. Variációs számítás alkalmazása a mechanikában: Hamilton elv. Energiamegmaradás törvénye. Feltétel melletti optimalizálás. Izoperimetrikus feladat.
8. $\mathbb{R}^n$ -ben k dimenziós mérték, kapcsolat a determinánssal. Elemi egy-formák és elemi két-formák $\mathbb{R}^3$ -ban, ezek szemléletes jelentése. Elemi k -formák $\mathbb{R}^n$ -ben. Általános k -formák $\mathbb{R}^n$ -ben. Külső szorzat, alaptulajdonságai.
9. Differenciál k -formák. Külső deriválás. Ennek tulajdonságai. Poincaré lemma. Differenciálformák $\mathbb{R}^3$ -ban, ezek reprezentációja vektormezőkkel. Külső deriválás és a klasszikus deriváltak közti kapcsolat.

10. Integrálás sokaságokon: differenciál k -forma integrálja k -dimenziós sokaságon $\mathbb{R}^n$ -ben. (Segítség: speciális esetként $k = 1$ ill. $k = n = 3$.) Általános Stokes tétel. A korábban megismert integráltranszformációs tételek (pl. N-L, G-O, stb,) mint az általános Stokes tétel speciális esetei.
11. PDE típusai, alapkérdések. Elsőrendű lineáris PDE. Példa: Transzport egyenlet, értelmezése. Homogén egyenlet megoldása, gyenge megoldás. Inhomogén egyenlet megoldása, szuperpozíció elve. Laplace egyenlet $\mathbb{R}^2$ -beli tartományban. Fizikai háttér.
12. PDE peremfeltételek típusai. Példa: Laplace egyenlet megoldása az egység négyzetben, Dirichlet feltétellel, megoldás. Laplace egyenlet polárkoordinátákban, megoldása kör alakú tartományon. Green függvény.
13. Hővezetés egyenlete. Példa: hőterjedés végtelen hosszú rúdban. Megoldás a Fourier transzformáció segítségével. A kezdeti hőmérséklet-eloszlás továbbterjedése.
14. Hővezetés véges rúdban. Peremfeltétel és kezdeti feltétel. Összenergia. Hővezetés időbeli megfordítása. A megoldás "felrobbanása".
15. Másodrendű PDE-k osztályozása, kanonikus alakok. Hiperbolikus PDE: hullámeqyenlet. D'Alembert féle megoldás, ennek háttére. Kezdeti szingularitás továbbterjedése időben.