

ANALÍZIS 2. VIZSGATÉTELEK 2005. május

1. Pontok, pontsorozatok \mathbf{R}^2 -ben. Korlátosság, konvergencia. Halmazok típusai. Pontok osztályozása. Polárkoordináták Kétváltozós függvények értelmezése, példák **Folytonosság, sorozatfolytonosság.** Példa folytonos és nem folytonos függvényre. Egyenletes - és Lipschitz - folytonosság.

2. Függvény határértéke. Korlátos és zárt halmazon folytonos függvények tulajdonságai. **Parciális deriváltak értelmezése.** Geometriai jelentés. Parciális deriváltak és folytonosság. Magasabb rendű parciális deriváltak. Parciális deriválások sorrendje, felcserélhetősége.

3. Teljes differenciálhatóság. Kapcsolat a parciális deriváltakkal. Érintősík. Iránymenti derivált. **Második derivált,** Hesse mátrix. Összetett függvény differenciálása, általános eset is.

4. Implicit függvény tétel. Lokális és globális szélsőérték. Szélsőérték számítás. **Szükséges ill. elégséges feltétel.** Lagrange-féle középérték tétel.

5. Feltételes szélsőérték. Lagrange-féle multiplikátor szabály. Függvény rendszerek, koordináta-transzformáció. Jacobi mátrix. Invertálhatóság, differenciálhatóság. Jacobi determináns. Taylor formula.

6. Jordan mérték \mathbf{R}^2 -ben. Mérhető halmazok. Példa nem mérhető halmazra. **Integrálás kétdimenziós mérhető tartományon. Riemann integrál.** Az integrál alaptulajdonságai. Kettős integrál kiszámítása. **Integrálás téglalap alakú tartományon,** ill. normál tartományon.

7. Helyettesítés integrálban. Általános koordináta-transzformáció. Gömbi polárkoordináták. Impropius integrálok: integrálás nem korlátos tartományon ill. nem korlátos függvény integrálja. Hatványfüggvény integrálja.

8. Vonalgörbe) definíciója \mathbf{R}^3 -ban. Vektormező integrálja görbementén. Potenciálkeresés. Potenciál létezésének szükséges és elégséges feltétele. Felület, általános és speciális eset. Felületi integrál. Kiszámítása.

9. Trigonometrikus rendszer ortogonalitása. Komplex alak. Fourier együtthatók, valós- és komplex alak. Fourier sor. Derivált függvény Fourier sora. Fourier sor konvergenciája. Fourier együtthatók nagyságrendje. Egyenletes konvergencia feltétele

10. Fourier transzformáció. Alaptulajdonságok. Alaptétel és ennek magyarázata. **Inverz Fourier transzformáció.** Parseval egyenlet. Időtartomány és frekvenciatartomány kapcsolata.

11. Komplex elemű sorozatok, sorok, hatványsorok. Komplex függvény, ábrázolás. Elemi függvények kiterjesztése komplex argumentumra. e^z , $\text{Ln}(z)$, $\sin(z)$, $\cos(z)$, z^λ . **Kanonikus alak. Határérték. Folytonosság.**

12. Komplex függvény differenciálhatósága. Cauchy-Riemann egyenletek. Analitikus függvények tulajdonságai. Harmonikus függvények. Harmonikus társ.

13. Komplex vonalintegrál. Integrál kiszámítása. **Cauchy-féle alaptétel** (analitikus függvény vonalintegráljáról). **Cauchy -féle integrálformula.** Taylor sorfejtés analitikus függvényre. Zérus és pólus, residuum. **Laurent sorfejtés.** Szingularitások osztályozása.

14. Laplace transzformált. Alaptulajdonságai. Dirac delta függvény. Konvolúció. Alkalmazás differenciálegyenlet megoldására

15. Általános elsőrendű DE. Megoldások függetlensége. Wronsky determináns. **Magasabb rendű lineáris DE-k. Homogén lineáris DE általános megoldása.** Inhomogén egyenlet: állandók variálása. DE rendszerek. Állandó együtthatós lineáris DER általános megoldása.

16. Állandó együtthatós PDE-k. Peremérték feladat. Fourier -módszer: változók szétválasztásának módszere. Elliptikus PDE: Laplace egyenlet, Poisson egyenlet. Hiperbolikus PDE: hullámeqyenlet. Parabolikus PDE: hővezetés egyenlete.