

## ANALÍZIS 2. VIZSGATÉTELEK 2004. május

1. Pontok, pontsorozatok  $\mathbf{R}^2$ -ben. **Korlátosság, konvergencia.** Halmazok típusai. Pontok osztályozása. Polárkoordináták Kétváltozós függvények értelmezése, példák **Folytonosság.** Példa folytonos és nem folytonos függvényre. Egyenletes - és Lipschitz - folytonosság.

2. Korlátos és zárt halmazon folytonos függvények; ezek tulajdonságai. **Kétváltozós függvény határértéke egy pontban. Parciális deriváltak értelmezése.** Geometriai jelentés. Parciális deriváltak és folytonosság. Magasabb rendű parciális deriváltak. Parciális deriválások sorrendje.

3. **Teljes differenciálhatóság.** Kapcsolat a parciális deriváltakkal.Érintősík. Iránymenti derivált. **Második derivált,** Hesse mátrix. Összetett függvény differenciálása.

4. Implicit függvény tétel. Szélsőérték-számítás. Lokális és globális szélsőérték. **Szükséges ill. elégséges feltétel.** Lagrange-féle középérték tétel.

5. Feltételes szélsőérték. **Lagrange-féle multiplikátor szabály.** Függvény rendszerek, koordináta-transzformáció. Jacobi mátrix. Invertálhatóság, differenciálhatóság. Jacobi determináns. Taylor formula kétváltozós függvényekre.

6. Jordan mérték  $\mathbf{R}^2$ -ben. Mérhető halmazok. Példa nem mérhető halmazra. **Integrálás kétdimenziós mérhető tartományon. Riemann integrál.** Az integrál alaptulajdonságai. Kettős integrál kiszámítása. **Integrálás téglalap alakú tartományon,** ill. normál tartományon.

7. **Helyettesítéses integrál. Polár- és lineáris transzformáció,** általános koordináta-transzformáció. Improprius integrálok. Integrálás nem korlátos tartományon. Nem korlátos függvény integrálja. Hatványfüggvény integrálja.

8. **Trigonometrikus polinomok.** Trigonometrikus rendszer ortogonalitása. Komplex alak. Fourier együtthatók. **Fourier-polinom és -sor.** Derivált függvény Fourier sora. Fourier sor konvergenciája. **Fourier sorok alaptétele.** Fourier együtthatók nagyságrendje. Egyenletes konvergencia feltétele

9. **Fourier transzformáció.** Alaptulajdonságok. Alaptétel és ennek magyarázata. Inverz Fourier transzformáció Parseval egyenlet.

10. Elemi függvények kiterjesztése komplex argumentumra.  $e^z$ ,  $\text{Ln}(z)$ ,  $\sin(z)$ ,  $\cos(z)$ ,  $z^\lambda$ . Komplex függvény. **Kanonikus alak.** Határérték. Folytonosság. Komplex függvény differenciálhatósága. **Cauchy-Riemann egyenletek.** Analitikus függvények tulajdonságai. Harmonikus függvények

11. Komplex vonalintegrál. Integrál kiszámítása. **Cauchy-féle alaptétel** (analitikus függvény vonalintegráljáról). Ennek következményei. Alaptétel kiterjesztése általános tartományra. **Cauchy -féle integrálformula.** Taylor sorfejtés analitikus függvényre. **Zérus és pólus. Laurent sorfejtés.** Residuum tétel. Szingularitások osztályozása.

12. **Laplace transzformált.** Alaptulajdonságai. Impulzusválasz függvény. Konvolúció. Alkalmazás differenciálegyenlet megoldására

13. Általános elsőrendű DE. Megoldások függetlensége. Wronsky determináns. **Magasabb rendű lineáris DE-k. Homogén lineáris DE általános megoldása.** Inhomogén egyenlet: állandók variálása. DE rendszerek és magasabb rendű DE-k.

14. **Állandó együtthatós PDE-k. Peremértékfeladat.** Fourier -módszer: változók szétválasztásának módszere. **Másodrendű PDE -k osztályozása.** Elliptikus PDE: Laplace egyenlet, Poisson egyenlet. Hiperbolikus PDE: hullámeqyenlet. Megoldás egydimenzióban. Parabolikus PDE: hővezetés egyenlete.