

MATEMATIKAI ANALÍZIS II.

hibajegyzék

2013. április 15.

Többváltozós valós függvények

- 15. oldal alulról 3. sor:

Így tehát a polárkoordinátákra $r \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $\theta \in [0, 2\pi)$

- 34. oldal alulról 7. sor után kiegészítve:

$$\leq |f'_x(\xi_x, y_0)||h| + |f'_y(x_0 + h, \xi_y)||l| \leq M(|h| + |l|) \leq M\sqrt{h^2 + l^2},$$

- 36. oldal alulról 3. sor:

A két érték különbözik, ami csak f_{xy}'' nem-folytonossága miatt lehet,...

- 43. oldal 1. sor után kiegészítés:

Következmény. A $D_v f(x, y)$ iránymenti derivált kiszámítása:

$$D_v f(x, y) = v_1 f'_x(x, y) + v_2 f'_y(x, y).$$

- 45. oldal 12. és 13. sor részletesebben:

$$F'_x(x, y) = f'_u(\Phi(x, y), \Psi(x, y)) \Phi'_x(x, y) + f'_v(\Phi(x, y), \Psi(x, y)) \Psi'_x(x, y),$$

$$F'_y(x, y) = f'_u(\Phi(x, y), \Psi(x, y)) \Phi'_y(x, y) + f'_v(\Phi(x, y), \Psi(x, y)) \Psi'_y(x, y).$$

- 56. oldal 6. sor helyesen:

$$2. H_0 < 0 \Leftrightarrow \det(H_0) > 0 \text{ és } f''_{xx}(x_0, y_0) < 0$$

- **1.5.1. Állítás** után egy kiegészítő megjegyzés:

Megjegyzés. A fenti Állítás 1. és 2. pontjában $f''_{yy}(x_0, y_0)$ -ra vonatkozó feltétel is írható.

- 58. oldal alján a Tételben egy plusz feltétel kell. Pontosan:

1.6.1. Tétel. *(Szükséges feltétel) Tegyük fel, hogy az $f(x, y)$ függvény differenciálható, és feltételes szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban a $\Phi(x, y) = 0$ feltétel mellett. **Tegyük fel, hogy $\text{grad } \Phi(x, y) \neq (0, 0)$.** Ekkor létezik olyan $\lambda_0 \in \mathbb{R}$ konstans, melyre (...)*

- 60. oldalon 8. sor előjel hiba:

$$F'_\lambda(x, y, \lambda) = - (x^2 + y^2 - 1(x, y)) .$$

- 63. oldalon a Tételben pontosabb feltétel kell. Nevezetesen:

- 62. oldalon alulról 2. sor kicsit pontosabban:

$$D(x, y) = \frac{d(\xi, \eta)}{d(x, y)} .$$

1.7.1. Tétel. *Tegyük fel, hogy a Jacobi determináns nem 0, azaz az (1.7) rendszer Jacobi mátrixa nem szinguláris az **ÉT egy (x_0, y_0) belső pontjában.** Ekkor az (x_0, y_0) egy környezetében a vektormező invertálható. Továbbá, ebben a környezetben az inverz rendszer deriváltja így írható:*

$$\mathcal{K}(\xi, \eta) = (\mathcal{J}(x, y))^{-1} ,$$

ahol (x, y) és (ξ, η) egymás képei. ...

- 64. oldal 6. sor:

$$D = -\Phi'_y \Psi'_x + \Phi'_x \Psi'_y$$

- 67. oldal 7. sor:

1.8.3. Tétel. *Legyen $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ n -változós függvény...*

2. Többszörös integrálok

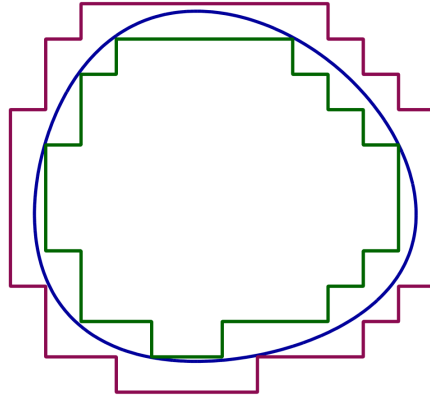
- 73. oldal alulról 12. sor fölé kiegészítő ábra:

- 79. oldal alulról 4. sorban

$$\iint_R \Phi(x)\Psi(y)d(x, y) = \int_a^b \Phi(x)dx \cdot \int_c^d \Psi(y)dy.$$

- 81. oldal 7. sorban beszúrás:

Továbbá ha f folytonos is **és R összefüggő,** akkor létezik $(\xi, \eta) \in R$, hogy ...



1. ábra. 73. oldal alulról 12. sor fölé kiegészítő ábra

- 85. oldalon 1. és 2. sor helyesen

Példa. Legyen R háromszög alakú tartomány, melynek csúcsai a $(0, 0)$, $(a, 0)$ és (a, a) pontok. (...)

- 87. oldal 1. sor:

$$= x_1 y_2 (ad - bc) + x_2 y_1 (bc - ad) = (ad - bc)(x_1 y_2 - x_2 y_1),$$

- 87. oldal, 2.2.2 fejezet elé kiegészítés:

Emlékeztetünk arra, hogy $D(u, v)$ -re használtuk az alábbi formális jelölést:

$$D(u, v) = \frac{d(x, y)}{d(u, v)}$$

- 91. oldal alulról 4. sorban kiegészítés:

Pozitív értékű függvény esetén a hármas integrál fizikai interpretációja 'tömeg'-ként adható meg. (...)

- 92. oldal 12. sor helyesen:

2.3.1. Definíció. Az R tartomány $((x, y)$ sík szerinti) normáltartomány, (...)

- 94. oldal utolsó sor helyesen:

$$= \iiint_R f(\Phi(u, v, w), \Psi(u, v, w), \chi(u, v, w)) |D(u, v, w)| d(u, v, w).$$

- 95. oldal 12. sor helyesen:

$$J(r, \varphi, \theta) = \begin{pmatrix} \sin \varphi \cos \theta & r \cos \varphi \cos \theta & -r \sin \varphi \sin \theta \\ \sin \varphi \sin \theta & r \cos \varphi \sin \theta & r \sin \varphi \cos \theta \\ \cos \varphi & -r \sin \varphi & 0 \end{pmatrix}.$$

- 100. oldal alulról 4. sor képletben egy előjel hiba van:

$$\iint_{\mathbf{R}^2} e^{-x^2-y^2} dx dy = 2\pi \int_0^\infty r e^{-r^2} dr = 2\pi \left[+\frac{-e^{-r^2}}{2} \right]_0^\infty = \pi.$$

- 104. oldal alján az alsó 3 sort töröljük (félreérthető lehet).
- 105. oldal tetején az 5. sor után kiegészítés:

ahol $\dot{\gamma}$ jelöli a γ függvény koordinátánkénti deriváltját.

3. Fourier analízis II. rész

- 115. oldalon alulról a 9. sor helyesen:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-isx} dx \right| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f(x) e^{-isx}| dx = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx < \infty,$$

- 117. oldalon a 2. sor helyesen:

$$\int_0^\infty e^{-ax} \cos(bx) dx = \left[\frac{1}{a^2+b^2} (-a \cos(bx) + b \sin(bx)) e^{-ax} \right]_0^\infty = \frac{a}{a^2+b^2}.$$

- 118. oldalon 6. és 8. sor helyesen:

3. (Átskálázás)

$$\mathcal{F}(f(ax), s) = \frac{1}{a} \mathcal{F}\left(f\left(x\right), \frac{s}{a}\right), \quad a > 0.$$

4. (Idő megfordítása)

$$\mathcal{F}(f(-x), s) = +\mathcal{F}(f(x), -s).$$

- 121. oldal 6. sor helyesen:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{itk} dt \right) e^{-ixk} dk = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(k) e^{+ixk} dk.$$

- 122. oldal utolsó sorában a 8. tulajdonság bizonyításához kiegészítés:

Az első tag 0, hiszen

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} |f(x)e^{-isx}| = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} |f(x)| = 0$$

a függvény abszolút integrálhatósága miatt.

4. Differenciálegyenletek

- 136. oldalon a 11. sorban egyik tag hibás, helyesen:

$$\begin{aligned} L(y) &= x\lambda_1^2 e^{\lambda_1 x} + 2\lambda_1 e^{\lambda_1 x} + a_1 \lambda_1 x e^{\lambda_1 x} + a_1 e^{\lambda_1 x} + a_2 x e^{\lambda_1 x} = \\ &= x e^{\lambda_1 x} P(\lambda_1) + e^{\lambda_1 x} P'(\lambda_1) = 0. \end{aligned}$$

- 145. oldalon a 11. sorban szereplő egyenlet **állandó együtthatós**, helyesen:

$$L(y) = y^{(n)}(x) + a_1 y^{(n-1)}(x) + \dots + a_n y(x) = f(x).$$

- 146. oldalon alulról a 6. sor:

$$y'(x) = Ae^{2x} + 2Axe^{2x}$$

- 150. oldalon a **4.3.3. Tétel.**-ben javítás:

... Ekkor a különböző sajátértékekhez tartozó sajátvektorok **lineárisan függetlenek**, ezeket jelölje $s_1, s_2, s_3 \dots$

- 151. oldalon a 2. sorban nincs deriválás, helyesen:

$$AY_k(x) = Ae^{\lambda_k x} s_k = \dots$$

- 154. oldalon alulról a 6. sor:

3. A PDE *parabolikus* típusú, ha $\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 = 0$, azaz...

- 157. oldalon 2. sor:

$$u(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(t, x, y) f(y) dy,$$

5. Komplex függvénytan

- 176. oldalon 3. sor helyesen:

$$\sin'(z) = \cos(z) \quad \cos'(z) = -\sin(z).$$

- 180.oldalon alulról 2. sor helyesen:

$$\left| \int_L f(z) dz \right| \leq M \cdot s(L),$$

- 182.oldalon a 2. sor helyesen:

$$\int_L e^{i\bar{z}} dz = \int_0^2 e^{i(t-i(2-t))} (1-i) dt = -(e^{2i} - e^2).$$

- 185.oldalon a 5. sorban egy beszúrás kell:

- 187.oldalon a 7. sor:

$$dz = ie^{it} dt,$$

... alakban írható, **valamilyen $n \geq 1$ mellett**, ahol $h(z)$...

- 188.oldalon alulról 3. sor helyesen:

$$c_{-n} = \frac{1}{2\pi i} \oint_G \frac{f(z)}{(z - z_0)^{-n+1}} dz = \oint_G f(z) (z - z_0)^{n-1} dz = 0,$$

6. Laplace transzformáció

- 193.oldalon a 4. sor helyesen:

$$|e^{-ts_1}| = e^{-t(\operatorname{Re}(s_1))} < e^{-t(\operatorname{Re}(s))} = |e^{-ts}|,$$

- 193.oldalon alulról 11. sorban kiegészítés:

$$\mathcal{L}(1, s) = \int_0^\infty e^{-ts} 1 dt = \left[-\frac{e^{-st}}{s} \right]_0^\infty = \frac{1}{s}, \quad s > 0.$$