

# Analízis II.

## 8. hét

### Témák:

- Abszolút szélsőérték
- Taylor formula alkalmazása
- Függvényrendszerek, koordináta transzformáció
- Kettős integrál téglalapon

### Órai feladatok:

#### Abszolút szélsőértékek

1. Hol vannak az  $f(x, y) = 2xy - y$  függvény abszolút szélsőértékei ezen a tartományon:

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}.$$

A határon egyszerű behelyettesítéssel meg lehet keresni a min/max helyeket.

A tartományt feltétlenül rajzolja fel mindenki önállóan, ez egy normáltartomány (bár még nem tudják).

2. Adott az  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + x$  függvény a zárt egységkörön:

$$R = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

- (a) Van-e  $f$ -nek  $R$ -ben abszolút minimuma és/vagy abszolút maximuma?
- (b) Ha igen, határozza meg.

3. Határozzuk meg az  $f(x, y) = e^{xy}$  függvény maximumát az alábbi tartományon:

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

#### Taylor formula alkalmazása

4. Állítsuk elő a másodrendű Taylor formula szerint az alábbi függvény közelítését a  $P(1, -2)$  pont közelében:

$$f(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5.$$

5. Legyen

$$f(x, y) = x^2y + xy^2 - 2xy.$$

Becsüljük meg a függvény értékét az  $(x, y) = (1 + h, -1 + k)$  pontban az  $(x_0, y_0) = (1, -1)$ -beli érték ill. deriváltak alapján.

### Függvényrendszerek, koordináta transzformáció

6. Polárkoordináta transzformáció és inverzének Jacobi mátrixa, kiszámolva, a mellékelt slide-k alapján.

### Kettős integrál téglalap tartományon

7.  $\int_1^2 \int_2^4 \frac{1}{(x+y)^2} dx dy = ?$

*HF: fordított sorrendben.*

8. Egy  $R$  négyszög-tartomány csúcsai:  $A(1; -1)$ ,  $B(4; -1)$ ,  $C(4; 2)$ ,  $D(1; 2)$ .

a) Adjuk meg a tartományt egyenlőtlenségekkel ill. Descartes-szorozattal.

b)

$$\iint_R (xy^2 + 3x^2y) d(x, y) = ?$$

Számítsuk ki kétféleképpen a fenti integrált: b1) valamelyik sorrendben; b2) separábilis fv.-ként.