

Matematikai Analízis I.

Tételjegyzék 2019.

1. Természetes számok. **Teljes indukció**. Cantor féle közös-pont tétel (B). Halmaz korlátossága. Pontjainak osztályozása. **Infimum és supremum**, kétfajta definíció. Létezés feltétele, tétel (B).
2. **Háromszög egyenlőtlenség, általános eset** (B). Bernoulli egyenlőtlenség. Számítási és mértani közép közötti egyenlőtlenség (B). Számsorozat. Korlátosság. **Határérték**. Divergens számsorozat, típusai. Fix $p > 0$ -ra $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{p} = ?$
3. Konvergencia és korlátosság kapcsolata (B). Határérték tulajdonságai. **Cauchy sorozat, konvergenciája** (B). Nullsorozat. Tulajdonságok. **Torlódási pont**, kapcsolat a határértékkel. $\overline{\lim}$ és $\underline{\lim}$.
4. **Rész-sorozat**. Monoton rész-sorozat létezése (B). **Bolzano-Weierstrass tétel**. (B) Határérték monotonitása. Rendőrelv (B) Nevezetes sorozat határértékek, pl racionális törtek.
5. Számítási-átlag sorozat. Ennek határértéke. (B) **Az e szám értelmezése** (B). Előállítása végtelen összegként. Nevezetes sorozat határértékek e kapcsán.
6. **Végtelen sor. Konvergencia**, szükséges feltétel konvergenciára. (B) Divergencia teszt. **Végtelen mértani sor, konvergencia feltétele**, sor összege (B). Koch görbe kerülete és területe.
7. **Cauchy kritérium számsorokra** (B). Összehasonlító kritériumok végtelen sorokra: majoráns és minoráns kritériumok. **Abszolút konvergens sor**. Kapcsolat konvergenciával (B). **Hányados-kritérium** (B), gyengített változata.
8. **Gyökkritérium** (B), gyengített változat. **Leibniz-sor**. Konvergenciája (B). **Feltételesen konvergens sor**. Példák. Riemann tétel végtelen sorok átrendezéséről.

9. Függvény definíció, alaptulajdonságok. **Inverz függvény létezése. Folytonosság adott pontban**, geometriai jelentés. Sorozatfolytonosság ill. folytonosság (B). Folytonos függvények tulajdonságai. **Határérték és folytonosság kapcsolata**.
10. **Bolzano tétel** (B). Következmények. **Függvény határértéke véges pontban**. Egyoldali határértékek. Szakadási helyek osztályozása. Példák. Határérték tulajdonságai: kompozíció, monoton függvény (B). Nevezetes függvény határértékek.
11. Rendőr elv függvény határértékére (B). **Határérték-fogalom kiterjesztése**, példák. Átviteli elv határérték kiszámítására. $[a,b]$ -n értelmezett folytonos függvények: **Weierstrass 1. és 2. tétele** (B)
12. Egyenletes folytonosság. Példa: teljesül ill. nem. Heine tétel. Differencia- és **differenciálhányados**. Geometriai és fizikai jelentés. **Folytonosság-differenciálhatóság kapcsolata**. (B) Elemi függvények deriváltja (B).
13. **Differenciálási szabályok** (B). Érintő egyenes egyenlete. **Rolle középérték tétel** (B). Trigonometrikus függvények inverzei, azok deriváltjai. Hiperbolikus függvények, ezek deriváltjai. Láncszabály.
14. **Inverz függvény deriváltja** (B), ennek szemléletes jelentése. Lagrange féle középérték tétel (B). Következmény: **Integrálszámítás I. alaptétele**. (B) Magasabb rendű deriváltak.
15. Cauchy-középérték tétel. **L'Hospital szabály**. (B) Általános esetei. Lokális és globális szélsőérték. Lokális szélsőérték létezésének **szükséges feltétele**. (B)
16. Monoton differenciálható függvények jellemzése differenciálható függvények esetén. (B) Konvex és konkáv függvények. Ezek jellemzése differenciálható függvények esetén. Inflexió. **Taylor polinom, tulajdonságai** (B). Lagrange-féle maradéktag.

17. Lokális szélsőérték létezésének elégséges feltétele. (B) **Primitív függvény.** Határozatlan integrál alaptulajdonságai (B).
18. **Riemann-integrál, szemléletes jelentés.** Intervallum felosztás, alsó és felső közelítő összegek alaptulajdonságai (B). **Riemann integrál definíció.** Nem integrálható függvényre példa. Riemann integrál alaptulajdonságai.
19. Oszcillációs összeg. Integrálhatóság 3 elégséges feltétele. (*egyikre* (B)) Integrálközép. Integrál középérték tétel. (B) **Newton-Leibniz tétel.** (B)
20. Integrálfüggvény. **Integrálszámítás II. alaptétele.** (B) Integrálszámítás alkalmazásai: függvény gráf ívhossza, forgástest térfogata. (*egyikre* (B))
21. **Helyettesítés integrálban, határozott alak.** Lokálisan integrálható függvény. Improprius integrál, tulajdonságai. **Hatványfüggvény improprius integrálja** $(0, 1)$ -ben. (B) Elégséges feltétel integrálhatóságra nem korlátos függvény esetén.
22. **Parciális integrálás.** Alapesetek. **Hatványfüggvény improprius integrálja** $(1, \infty)$ -ben. (B) Majoráns és minoráns kritériumok improprius integrál létezésére. Elégséges feltétel improprius integrálhatóságra a hatványfüggvényhez kapcsolódóan. Gamma függvény.
23. Differenciálegyenlet értelmezése, megoldása. **Cauchy-feladat.** Általános és partikuláris megoldás. Növekedési folyamat. **Szeparábilis DE. Megoldása.** (B) Robbanás egyenlete, látszólagos ellentmondás feloldása. (B)
24. Homogén lineáris DE megoldások struktúrája. (B) **Homogén LDE általános megoldása.** Inhomogén LDE: megoldások struktúrája. Inhomogén LDE megoldása: **állandók variálása** (B). Inhomogén LDE általános megoldása.