

Analízis I. javító zárthelyi

2015. december 18.

Név, csoport:.....

1

2

3

4

5

Összesen:

1. (7 pont) Bizonyítsa be teljes indukcióval:

$$\sum_{k=2}^n k \cdot 2^{k-1} = (n-1)2^n \quad \forall n \geq 2.$$

2. (6 pont) Konvergens-e az alábbi sor? (Indokolja állítását.) Ha konvergens, adja meg a sor összegét is:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2 \cdot 5^{2n}}.$$

3. (12 pont) Határozza meg az alábbi határértékeket:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = ?$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{n-2} = ?$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n}{n!} = ?$

4. (10 pont) Végezzen teljes függvényvizsgálatot, a differenciálszámításban tanult ismeretek felhasználásával.

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

(Szempontok: ÉT, folytonosság, szakadások helye és fajtái, gyökök, szélsőértékek, monoton szakaszok, konvex-konkáv szakaszok, inflexiós pont, függvény gráfja)

5. (15 pont) Számítsa ki az alábbi integrálokat:

a) $\int \frac{3x-1}{x^2-2x-3} dx = ?$ b) $\int_0^{\pi/4} \cos^4(x) \cdot \sin(x) dx = ?$ c) $\int_0^{\infty} e^{-x} dx = ?$

Jó munkát!

Az elégségeshez legalább 25 pont szükséges.