MATEMATIKAI ANALÍZIS I.
második kiadás (2010)

hibajegyzék

2018. január 8.

1. Valós számok

- 11. oldal alulról az 5. sor

  Adott $\mathbb{R}$-en ... egy $<$-bel jelölt ...

- 12. oldal

  A9. A szorzás disztributív az összeadásra.....

- 12. oldal a *3. csoport* után szükséges kiegészítés:

  Most elkülönítjük $\mathbb{R}$ egy részhalmazát, melyet $\mathbb{N}$ jelöl, és az alábbi tulajdonságokkal rendelkezik:

  1. $1\epsilon\mathbb{N}$.
  2. Ha $n\epsilon\mathbb{N}$, akkor $n+1\epsilon\mathbb{N}$.
  3. Bármely $n\epsilon\mathbb{N}$ esetén $n+1\neq 1$ (vagyis 1 a legelső elem).
  4. Ha valamely $S\subset\mathbb{N}$ rendelkezik azzal a tulajdonságokkal, hogy

     (a) $1\epsilon\S$, és

     (b) ha $n\epsilon S$ esetén $n+1\epsilon S$,

     akkor $S=\mathbb{N}$. (Teljes indukció).

  Ezt a részhalmazt TERMÉSZETES SZÁMOKnak nevezzük.

- 12. oldal alján

  14. (Archimedeszi axióma) Bármely $a,b\epsilon\mathbb{R}$, $a>0$ valós számhoz létezik $n\epsilon\mathbb{N}$, melyre $b<na$.

- 16. oldal alulról a 2. sor

  (ii) I_{k+1} hossza $2^{-k}|I_1|$

- 18. oldal on a *2. Példa* végén egy kiegészítés:

  ... nincs olyan $(1/2-\varepsilon, 1/2+\varepsilon)$ intervallum, melyben csak racionális számok lennének. Ezért H minden pontja határpont. Hasonló meggondolással igazolható, hogy a $[0,1]$ -beli irracionális számok is határpontok. Tehát a halmaz határpontjai

  $$\partial H = \{x : \ 0 \le x \le 1\} = [0,\ 1].$$

- 19. oldal 12. sor alá beszúrásként:

  Hasonló meggondolásból:
  $$|b| - |a| \le |a-b|,$$
  így a két egyenlőtlenségből az állítás következik.

- 22. oldal 2. sor:
  $$x_1 = 1+t, \qquad x_2 = 1-t, \qquad t>0,$$

2. Sorozatok, végtelen sorok

- 41. oldal A **2.7. Állítás.** *3.* pontja helyesen:

  3. Tegyük fel, hogy (a_n) divergens és és $\lim\limits_{n\to\infty} |a_n| = \infty$....

- 42. oldal 1. sortól kezdve:

  3. Legyen $\varepsilon > 0$ tetszőleges. Mivel $|a_n| \to +\infty$, ezért $K = 1/\varepsilon$-hoz $\exists N = N(K)$ küszöbindex, hogy minden $n \ge N$-re $|a_n| \ge K (> 0)$. Ekkor
  $$|b_n| = \frac{1}{|a_n|} \le \frac{1}{K} = \varepsilon$$

- 42. oldal **2.8. Állítás** *1.* pontja helyesen:

  ... (a_n) nullsorozat, (b_n) olyan sorozat, melyre $|b_n| \le |a_n|$ minden n-re...

- 42. oldal **2.8. Állítás** alatti *Megjegyzés.*

  A $\lim\limits_{n\to\infty} a_n b_n = "\infty \cdot 0"$ típusú határérték "bármi" lehet (még $-\infty$ is lehet).

- 44. oldalon az Ellenpéldában:

  $$A_n = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad n = 2k \\ (-1)\dfrac{1}{n}, & \text{ha} \quad n = 2k+1 \end{cases},$$

- 46. oldal **2.11. Definíció** második fele: *Ha a torlódási pontok halmaza alulról korlátos, akkor ennek a legnagyobb alsó korlátját limes inferiornak nevezzük, ...*

- 48. oldal 5. sor pontosabban: Ekkor teljes indukcióval belátható, hogy

$$s_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}.$$

- 52. oldal alulról 4. és 5. sor helyesen:

$$T_\infty = T + 3\frac{T}{9} + 3\frac{T}{9^2}4 + 3\frac{T}{9^3}16 + \ldots =$$

$$= T + 3\cdot \lim_{n\to\infty} \frac{T}{9}\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{4}{9}\right)^k = T + \frac{T}{3}\cdot\frac{1}{1-\frac{4}{9}} = T + \frac{3T}{5} = \frac{8T}{5}$$

- 54. oldal 12. sor pontosabban:

  Elegendő a fenti tételben, hogy van olyan N melyre a feltételek teljesülnek $\forall n \geq N$ esetén.

- 57. oldal alulról a 3. sor:

  1. Váltakozó előjelű, azaz $a_n a_{n+1} < 0$,

3. Valós függvények

- 70. oldal **3.11. Definíció**-ban helyesebb ezt írni:

  ... létezik olyan $U = (x_0 - r, x_0 + r)$ környezet, melyre $U \setminus \{x_0\} \subset D_f$.

- 72. oldal 10. sor:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty,$$

- 77. oldal **3.6. Állítás**-ban plusz feltétel:

  3.6. Állítás. *Legyenek $f : D_f \to \mathbb{R}$ és $g : D_g \to \mathbb{R}$ adott függvények, melyeknek létezik határértéke az x_0 pontban. ...*

- 81. oldal **3.8. Állítás**-ban plusz feltétel:

  3.8. Állítás. *Az f függvény pontosan akkor folytonos $x_0 \epsilon D_f$-ben, ahol x_0 belső pontja D_f-nek, ha létezik ...*

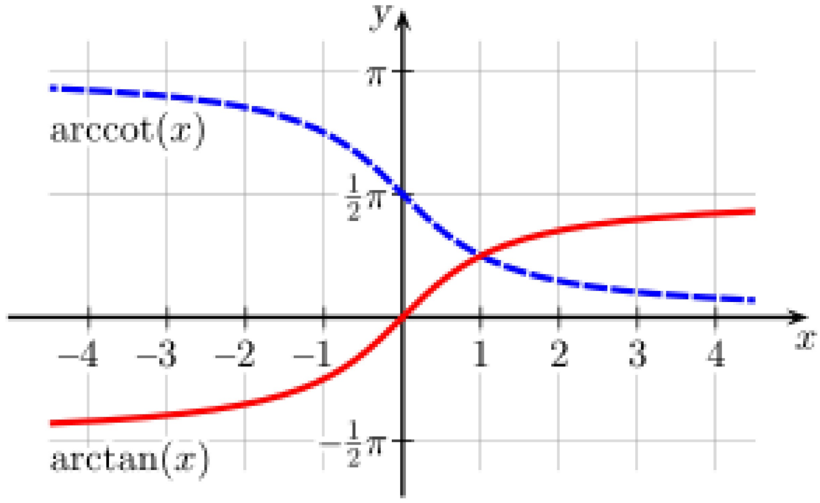
- 82. oldal 13. sor, Bolzano tételben

  ... *legyen* $c\epsilon\big(f(a), f(b)\big)$ ...

- 84. oldalon a **3.10. Állítás** után megfogalmazzuk egy következményét:

  Következmény. *Ha $f : D \to \mathbb{R}$ szigorúan monoton folytonos függvény, akkor invertálható és az inverz is folytonos.*

- 85. oldal alján a 3.11. ábra nem látszik:



1. ábra. 3.11. ábra. A tg (x) és ctg (x) függvény inverze.

- 90. oldal alulról 3. sor helyesen:

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=e.$$

- 94. oldalon az 1. sorban egy kiegészítő beszúrás:

  3.5. Tétel. (HEINE tétel) *Ha az* $f\ :\ [a,b]\to\mathbb{R}$ *folytonos...*

- 102. oldal alulról 11. sor helyesen:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{Ah+\varepsilon(h)h}{h}=A.$$

- 107. oldal lap alján a **3.13. Tétel**-ben egy feltétel hiányzik, helyesen:

  ... Tegyük fel, hogy $g(b)\neq g(a)$. Tegyük fel, hogy $g'(x)\neq 0$, $x\epsilon(a,b)$. Ekkor létezik $\xi\epsilon(a,b)$, melyre ...

- 110. oldal 4. sor:

  ... Ha $f'(x)>0\ \forall x\epsilon(a,b)$, akkor ...

- 110. oldal alulról 5. sor:

  ... A függvény konvex, ha $x\geq 0$, és konkáv,...

- 111. oldal alulról 2. sor:

  3.18. Tétel. *(Elégséges feltétel lokális szélőértékre) Ha az f függvény x_0-ban kétszer folytonosan differenciálható, és $f'(x_0)=0$ (stacionárius pont), akkor: ...*

- 114. oldal alulról a 6. sor helyesen:

  Megjegyzés. $\dfrac{f(x)-T_1(x)}{x-x_0}=\dfrac{f''(\xi)}{2}(x-x_0)^2\to 0$, ha $x\to x_0$.

- 115. oldal 6. sor helyesen:

$$T_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

- 115. oldal alulról a 7. sor helyesen:

$$T_n(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)(x_0 - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x_0 - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x_0 - x_0)^n = f(x_0).$$

- 115. oldal alulról a 4. sor helyesen:

$$T_n^{(k)}(x_0) = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}k! + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{(n-k)!}(x_0 - x_0)^{n-k} = f^{(k)}(x_0).$$

4. Integrálszámítás

- 118. oldal alulról a 4. sor helyesen:

  ... Ezért a 3.4. Következmény alapján $F - G$ konstans.

- 122. oldal a 6. sor helyesen:

$$s(\mathcal{F}') - s(\mathcal{F}) = m_{k1}(x_k^* - x_{k-1}) + m_{k2}(x_k - x_k^*) - m_k(x_k - x_{k-1}) =$$

- 127. oldal a 4.7. Tétel pontosabban:

  4.7. Tétel. *(Newton-Leibniz formula). Legyen $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ integrálható függvény. Tegyük fel, hogy létezik $F : [a,b] \to \mathbb{R}$ folytonos primitív függvénye f-nek, azaz olyan ...*

- 127. oldal alulról az 5. sor pontosabban:

$$\mathcal{F}_n = \{a = x_{0n} < \ldots < x_{nn} = b\}, \qquad n = 1, 2...$$

- 130. oldal 2. sor helyesen:

$$-|f(x)| \leq f(x) \leq |f(x)|$$

- 134. oldal legalsó sor:

$$\int e^{ax}\sin(bx)dx = ...$$

- 135. oldalon a **4.2.6 Helyettesítés** fejezet elé kiegészítésképpen még egy példa:

  4. *Példa.*

$$\int \ln(x)dx = ?$$

  Alkalmazzuk a parciális integrálási szabályt a következő szereposztással:

$$f(x) = \ln(x), \quad g'(x) = 1.$$

Ekkor

$$f'(x) = \frac{1}{x}, \qquad g(x) = x,$$

tehát azt kapjuk, hogy

$$\int \ln(x) = x\ln(x) + \int \frac{1}{x}\, x\; dx = x\ln(x) + \int 1dx = x(\ln(x)+1) + c.$$

- 135. oldal alulról a 7. sor helyesen:

$$\int f\big(\phi(x)\big)\phi'(x)dx = \int f(t)dt\Big|_{t=\phi(x)}.$$

- 137. oldal a **4.11. Definíció**-ban a képlet:

$$\lim_{\substack{a\to\alpha+\\ b\to\beta-}} \int_a^b f(x)dx =: \int_\alpha^\beta f(x)dx$$

- 139. oldal alján:

  4.12. Tétel. *(Majoráns kritérium) Adottak az $f, g : I \to \mathbb{R}$ lokálisan integrálható függvények...*

- 140. oldal 2.sor:

  4.13. Tétel. *(Elégséges feltétel impropriús integrál létezésére) Legyen $f : [a,\infty) \to \mathbb{R}$, adott lokálisan integrálható függvény...*

5. Differenciálegyenletek

- 156. oldal a 8. sor helyesen:

  Ha $b(x) \equiv 0$, akkor a DE *homogén lineáris*, ha $b(x) \not\equiv 0$, akkor a DE *inhomogén lineáris*.

- 157. oldal a 10. sor helyesen:

$$y(x_0) = ce^{A(x_0)} = y_0 \quad\Rightarrow\quad c = y_0e^{-A(x_0)}$$

6. Függvénysorozatok és függvénysorok

- 171. oldal legalsó sor helyesen:

$$|f_n(x)| \leq a_n, \qquad x\epsilon D.$$

7. Fourier sorok

- 192. oldal a 4. sor helyesen:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(0x)\ \phi_n(x)\ dx = 0, \qquad \int_{-\pi}^{\pi} \sin(0x)\ \phi_n(x)\ dx = 0.$$

- 192. oldal alulról a 4. sorban helyesen:

  ... $n \geq 1$ esetén...

- 193. oldal alulról a 5. sorban kiegészítés:

  Legyen most f tetszőleges, 2π szerint periodikus függvény, mely integrálható $[-\pi, \pi]$-ben.

- 200. oldal 9. és 10. sor egyenlőségjelei közé be kell szúrni:

  A fenti egyenlőségben már nem szerepelnek azok a tagok, melyek értéke 0, azaz a $k \neq j$ mellett a $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(kx)\cos(jx)dx$, $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(kx)\sin(jx)dx$ tagok, illetve a $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(kx)\sin(jx)dx$ tagok.

- 201. oldal A **7.6. Tétel** csak folytonos függvényekre igaz.

  7.6. Tétel *(Fejér tétele) Tegyük fel, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény folytonos és 2π szerint periodikus. (Ekkor teljesíti a Fourier sorok alaptételének feltételeit.)Jelölje s_n az f függvény n-edik Fourier polinomját....*