$$\dot{x} = \mu - \kappa x \exp\big(-\frac{y}{1+0.21y}\big) \quad , \quad \dot{y} = x \exp\big(-\frac{y}{1+0.21y}\big) - y$$

Az egyetlen egyensúlyi helyzet

$$y^* = \frac{\mu}{\kappa} \quad , \quad x^* = y^* \exp\big(\frac{y}{1+0.21y}\big)$$

Legyen $\mu = 0.02$ rögzített, a κ pedig növekedjen kicsivel a nulla feletti értéktől egészen a $\kappa = 0.023$ értékig.

Azt olvasom egy kicsit hevenyészett jegyzetben, hogy bizonyos κ értékékre az egyensúlyi helyzetet kettő darab (ezek egyike vonz, másika taszít) egymásba skatulyázott periodikus pálya veszi körül, amelyek mindegyike Hopf bifurkációval keletkezik, de egy különleges κ értéknél a periodikus pályákra jellemző nyereg-csomó bifurkációval egybeolvadnak.

Tehát nemcsak a Hopf születés – Hopf halál, hanem más bifurkációtípusok is könnyen meg tudnak valósulni, ha egy paramétert változtatunk.

A számítógépes ábrázolás nem teljesen egyszerű, mert az egyensúlyi helyzet nagyon széles határok között mozog.

A "szegény ember vízzel főz" okossága azt javasolja, hogy az egyensúlyi helyzet mellől egy trajektoriát pozitív és negatív időirányokba kell elindítani illetve a végtelen távoli ponthoz közelről egy trajektóriát csak a pozitív időirányba kell elindítani ... így máris megvannak a periodikus pályák (nulla, egy vagy kettő) ha sokáig várunk. Legjobb a $\kappa = 0.01$ értékkel kezdeni és onnan a κ növelendő felfelé és csökkentendő lefelé.

Örülnék egy szép ábrasorozatnak, ami megmutatná az egyes bifurkációkat és hogy azok a κ paraméter mely értékeinél következnek be.