Relaxációs oszcillációk, ahol $1 \ll c$ illetve $0 < \varepsilon \ll 1$ rögzített

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= c^2\big(y + \dots \\ \dot{y} &= a - \dots \end{aligned}\right\} \quad \Leftrightarrow \quad \left.\begin{aligned} \dot{x} &= c\Big(y + x - \tfrac{1}{3}x^3 + I\Big) \\ \dot{y} &= \tfrac{1}{c}\Big(a - x - by\Big) \end{aligned}\right\} \quad \Leftrightarrow \quad \left.\begin{aligned} \dot{x} &= y + \dots \\ \dot{y} &= \tfrac{1}{c^2}\big(a - \dots \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon\dot{v} &= f(v,w) \\ \dot{w} &= g(v,w) \end{aligned}\right\} \quad \text{alapkérdés: mi van a dinamikával, ha} \quad \varepsilon \to 0^+ \quad \left\{\begin{aligned} \dot{v} &= f(v,w) \\ \dot{w} &= \varepsilon g(v,w) \end{aligned}\right.$$

Speciálisan: mi $\varepsilon\dot{v} = f(v,w)\,, \dot{w} = g(v,w)$ és $0 = f(v,w)\,,\ \dot{w} = g(v,w)$ kapcsolata, ha a $0 = f(v,w) =$ pld. $w + v - v^3/3$ implicit egyenlet megoldásának három ága:

$$v = v^-(w),\ w \in (-\infty, m^+]\,; \qquad v = v_0(w),\ w \in [m^-, m^+]\,; \qquad v = v^+(w),\ w \in [m^-, \infty).$$

Tétel: $\exists!$ Γ_ε aszimptotikusan stabil periodikus pálya, és $\Gamma_\varepsilon \to \Gamma_0$ ‘alakzat’, ha $\varepsilon \to 0^+$.

Folytatás. Relaxációs oszcillációk II. Memo

Tétel: $\exists!$ Γ_ε aszimptotikusan stabil periodikus pálya, és $\Gamma_\varepsilon \to \Gamma_0$ ‘alakzat’, ha $\varepsilon \to 0^+$.

$$\begin{pmatrix} v^-(m^+) \\ m^+ \end{pmatrix} \quad \text{vízszintesen jobbra} \quad \begin{pmatrix} v^+(m^+) \\ m^+ \end{pmatrix}$$

A Γ_0 ‘alakzat’ $\quad v^-$ görbén fel $\quad \circlearrowright \quad \circlearrowright \quad \circlearrowright \quad v^+$ görbén le $\quad$ 4 részből áll.

$$\begin{pmatrix} v^+(m^+) \\ m^- \end{pmatrix} \quad \text{vízszintesen balra} \quad \begin{pmatrix} v^-(m^-) \\ m^- \end{pmatrix}$$

A Γ_0 ‘alakzat’ a $0 = f(v,w)\,,\ \dot{w} = g(v,w)$ *differenciál–algebrai rendszer* tartozéka és az $\varepsilon\dot{v} = f(v,w)\,,\ \dot{w} = g(v,w)$ differenciálegyenlet–rendszer *szinguláris*, $\varepsilon = 0$ paraméter–értékének felel meg. *Globális bifurkációval* Γ_0 a Γ_ε, $0 < \varepsilon \ll 1$ periodikus pályába megy át, amely a v változóban spike–sorozat. Az I paraméter mozgása Hopf bifurkációhoz vezet.