Hodgkin–Huxley tintahal óriás axon és Mesterterv Memo

10 cm hosszú, 0.5 mm vastag idegrost, elektromos áram: $I_{axon}(t,x) + I_{membrane}(t,x)$ henger alakú vékony membrán borítja, amelyen át ionáramlás: *Elektronika + Kémia*

0.) Ohm: $\frac{\partial}{\partial x} V(t,x) = -R\, I_{axon}(t,x)$ és $\perp$ $I_{membrane}(t,x) = -\frac{\partial}{\partial x} I_{axon}(t,x)$
1.) Ezüstdrótot helyezünk el az axon hosszában: V egyelőre csak a t időváltozótól függ
2.) A kémiát az axonon belül a Nerst törvény alapján mérjük
3.) Közönséges differenciálegyenletet írunk fel a membránon átmenő ionáramlásra
4.) Csatolás a fenti két egyenlethez –> reakció–diffúzió típusú egyenletrendszer a V–re
5.) Utazó hullámot keresünk <—> akciós potenciál: *Számolt és Mért Sebesség*

Hodgkin–Huxley membrán–helyettesítő áramköri modell I. Memo

$$
\begin{tikzcd}
 & {} \arrow[d, dotted] \arrow[rrr, dash, "V"] & & & {} \arrow[d, dotted] & \\
{} \arrow[r, "I_{stim}"] & \bullet \arrow[r, "I_{C\ell}"] \arrow[d, dash] & R_{C\ell} \arrow[r] & V_{C\ell} \arrow[r] & \bullet \arrow[d, dash] & -\,|| \\
 & \bullet \arrow[r, "I_{C_M}"] \arrow[d, dash] & C_M \arrow[rr] & & \bullet \arrow[d, dash] & \\
 & \bullet \arrow[r, "I_{Na}"] \arrow[d, dash] & \mathbf{R_{Na}}^{nonlin} \arrow[r] & V_{Na} \arrow[r] & \bullet \arrow[d, dash] & \\
 & \bullet \arrow[r, "I_{K}"] & \mathbf{R_{K}}^{nonlin} \arrow[r] & V_{K} \arrow[r] & \bullet &
\end{tikzcd}
$$

$V - V_{C\ell} = R_{C\ell} I_{C\ell}$, $\dot{V} = \frac{1}{C_M} I_{C_M}$, $V - V_{Na} = \mathbf{R_{Na}} I_{Na}$, $V - V_K = \mathbf{R_K} I_K$

Hodgkin–Huxley membrán–helyettesítő áramköri modell II. Memo

$V - V_{C\ell} = R_{C\ell} I_{C\ell}$, $\dot{V} = \frac{1}{C_M} I_{C_M}$, $V - V_{Na} = \mathbf{R_{Na}} I_{Na}$, $V - V_K = \mathbf{R_K} I_K$

$I_{C\ell} = g_{C\ell}(V - V_{C\ell})$, $I_{C_M} = C_M \dot{V}$, $I_{Na} = \mathbf{g_{Na}}(V - V_{Na})$, $I_K = \mathbf{g_K}(V - V_K)$

$I_{stim} = I_{C\ell} + I_{C_M} + I_{Na} + I_K$ és $I_{C_M} = I_{membrane}(t,x)$ és a két I_{axon} egyenlet

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = C_M \frac{\partial V}{\partial t} + g_{c\ell}(V - V_{C\ell}) + \mathbf{g_{Na}}(V - V_{Na}) + \mathbf{g_K}(V - V_K)$$

Hodgkin–Huxley membrán–helyettesítő áramköri modell III. Memo

$$C_M\dot{V} = -\overline{g_{c\ell}}(V-V_{C\ell}) - \overline{g_{Na}}m^3h(V-V_{Na}) - \overline{g_K}n^4(V-V_K) + I_{stim}$$

$$\tau_m(V)\cdot\dot{m} = m_\infty(V) - m \quad\Leftrightarrow\quad \dot{m} = \alpha_m(V)\cdot(1-m) - \beta_m(V)\cdot m$$
$$\tau_h(V)\cdot\dot{h} = h_\infty(V) - h \quad\Leftrightarrow\quad \dot{h} = \alpha_h(V)\cdot(1-h) - \beta_h(V)\cdot h$$
$$\tau_n(V)\cdot\dot{n} = n_\infty(V) - n \quad\Leftrightarrow\quad \dot{n} = \alpha_n(V)\cdot(1-n) - \beta_n(V)\cdot n$$

ahol az első egyenletet a Mesterterv 0.) & 5.) pontjának megfelelően így módosítjuk:

$$\frac{1}{R}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = C_M\frac{\partial V}{\partial t} + \overline{g_{c\ell}}(V-V_{C\ell}) + \overline{g_{Na}}m^3h(V-V_{Na}) + \overline{g_K}n^4(V-V_K)\,.$$