CNN-ZH
B csoport

CSUTAK BALÁZS
ABDTW1

**1, feladat**

2p a, Adja meg (hatvány alak elég) összesen hány különböző egy-dimenziós CA szabály létezik, válaszát indokolja!

4p C, Bizonyítsa be, hogy a CNN cellát leíró egyenlet dinamikája korlátos!

**2, feladat**

Az alábbi függvények közül mely(ek) lehet(nek) egy tetszőlegesen választott dinamika Ljapunov függvénye(i) a pozitív valós számok halmazán? Mely(ek)re teljesülnek a Ljapunov tulajdonságok? Válaszát indokolja

6p a, $f(x)=\cos(3x)+\sin(x)+7$

b, $f(x)=3/(x+2)$

**3, feladat**

X Bizonyítsa be, hogy amennyiben az **A** template centrálisan szimmetrikus, akkor a rendszer teljes visszacsatolását leíró $\hat{\mathbf{A}}$ mátrix a hagyományos értelemben véve szimmetrikus.

**4, feladat**

Ismertesse (rajzolja le) a CNN-UM struktúráját, részeit és funkcióikat (extended cell+GAPU)!

4 3p

**5, feladat (8 pont)**

a, Adja meg a standard CNN dinamikát és az abban szereplő változókat, kifejezéseket!

2p

b, Írja le a tempalte tervezés lépéseit!

2p

c, Adja meg az alábbi kifejezésekhez tartozó MATLAB (MatCNN) kódot, vagy a megadott kód jelentését

3p

| | |
|---|---|
| ........................................ | mCNN.STATE |
| A CNN dinamikában szereplő bemenet (u) | ........................................ |
| ........................................ | cnn_setenv; |
| ........................................ | mCNN.TimeStep = 0.1; |
| A 'temlib_plus' template library beállítása | ........................................ |

**6, feladat**

a, Írja le a 147-es 1Ds CA szabály igazságtáblázatát!

2p

c, Adjon meg egy CA szabályt, mely megegyezik a komplemensével

3p

c, melyik 1D-s CA szabály Truing teljes?

1p

**7, feladat**

Tervezzen meg egy zero feedback template-et, mely fekete bemenetre fekete kimenetet, fehér bemenetre pedig középszürke (0) kimenetet ad.
(segítség: W->Gray(0); B->B)

2p

**8, feladat**

DP-plot segítségével lássa be, hogy a LOGAND template stabil pontjai valóban megfelelnek az elvártaknak
(segítség: $A_{00}$=2; $B_{00}$=1; z=-1 )

5p

**9, feladat**

Tervezzen meg egy template-et mely csak azon mintázatokat ismeri fel (azokra ad fekete kimenetet), melyek legfeljebb egy pixellel térnek el a lent megadott mintától
(B- fekete pixel, W- fehér pixel, X – tetszőleges pixel)

4p

| | | |
|---|---|---|
| X | W | X |
| B | W | W |
| B | B | B |

$\boxed{1.}$

a.) Egydimenziós CA szabálynak 3 változója van: $c_{-1}, c_0, c_{+1}$
így az igazságtáblának $2^3 = 8$ sora van.
Ennek lehetséges kitöltési módjainak száma: $2^8 = 256$.
Tehát 256 ~~különböző~~ egydimenziós szabály létezik.

b.) CNN cellát leíró egyenlet:

$$\dot{x} = -x + \sum A(i,j;k,l) \cdot y_{kl} + \sum B(i,j;k,l) u_{kl} + z.$$

Az egyenletben $|y_{kl}(t)| \leq 1$ (output fv. tulajd.)

$|A(i,j;k,l)|$ és $|B(i,j;k,l)|$ ~~konstans és véges~~ korlátos

$z$ ~~állandó~~, véges, legyen $z^* = \max|z(t)|$.

Ennek megfelelően: $|x_{ij}(t)| \leq z^* + \max\limits_{\substack{i=1,\dots,M \\ j=1,\dots,N}} \left( \sum\limits_{k,l \in S_r(i,j)} |A(i,j;k,l)| + |B(i,j;k,l)| \right)$

Tehát a dinamika korlátos.

$\boxed{2}$

a.) $f(x) > 0 \ \forall x$ igaz $(x \in \mathbb{R}^+)$

$\frac{df}{dx} = -3\sin(3x) + \cos x < 0 \ \forall x$ nem igaz

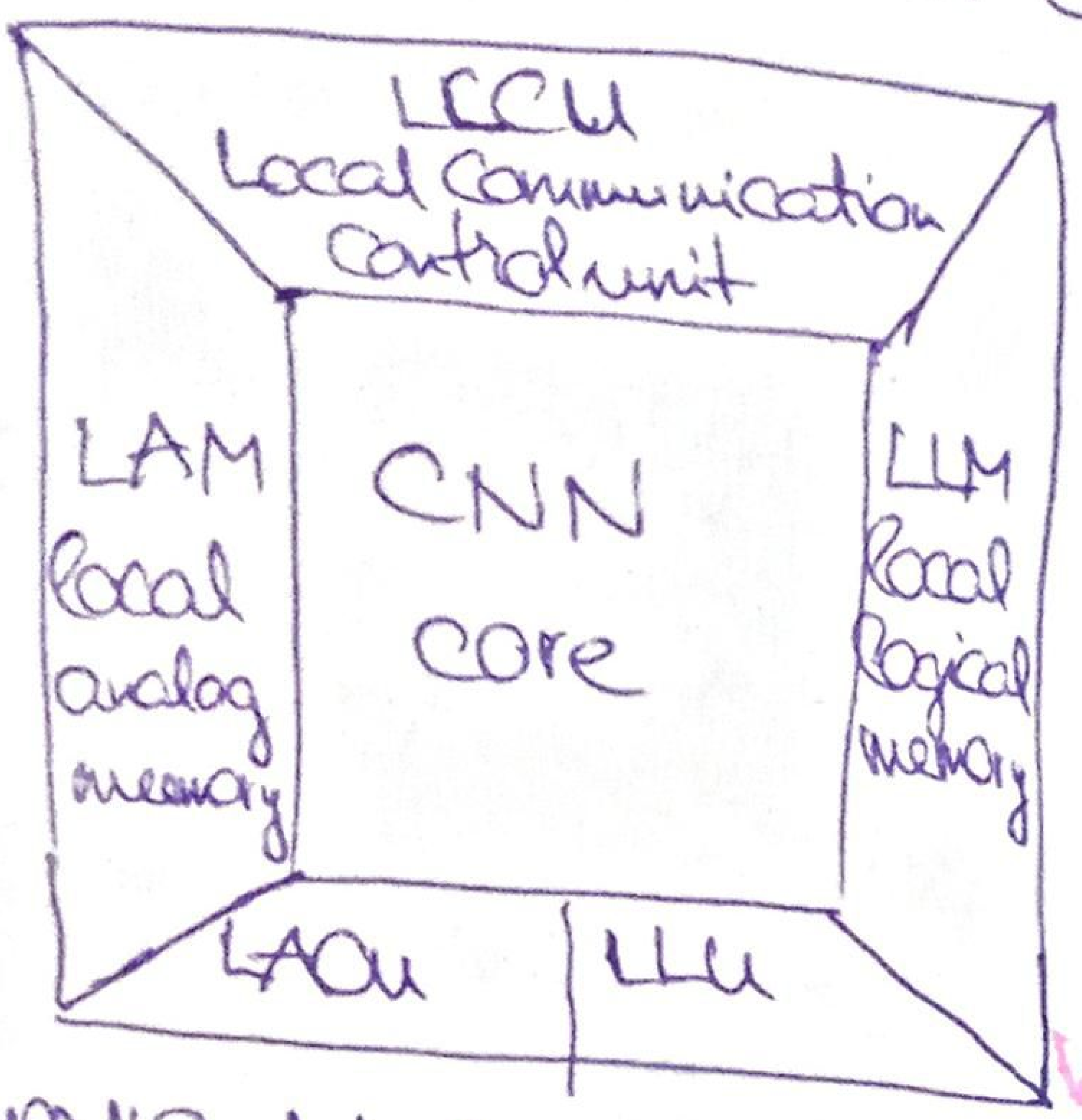
(pl. $x = \frac{\pi}{3}$ esetén $\frac{df}{dx}\left(\frac{\pi}{3}\right) = +3$) $\Rightarrow$ nem lehet Ljapunov

b.) $f(x) > 0 \ \forall x$ igaz $(x \in \mathbb{R}^+)$

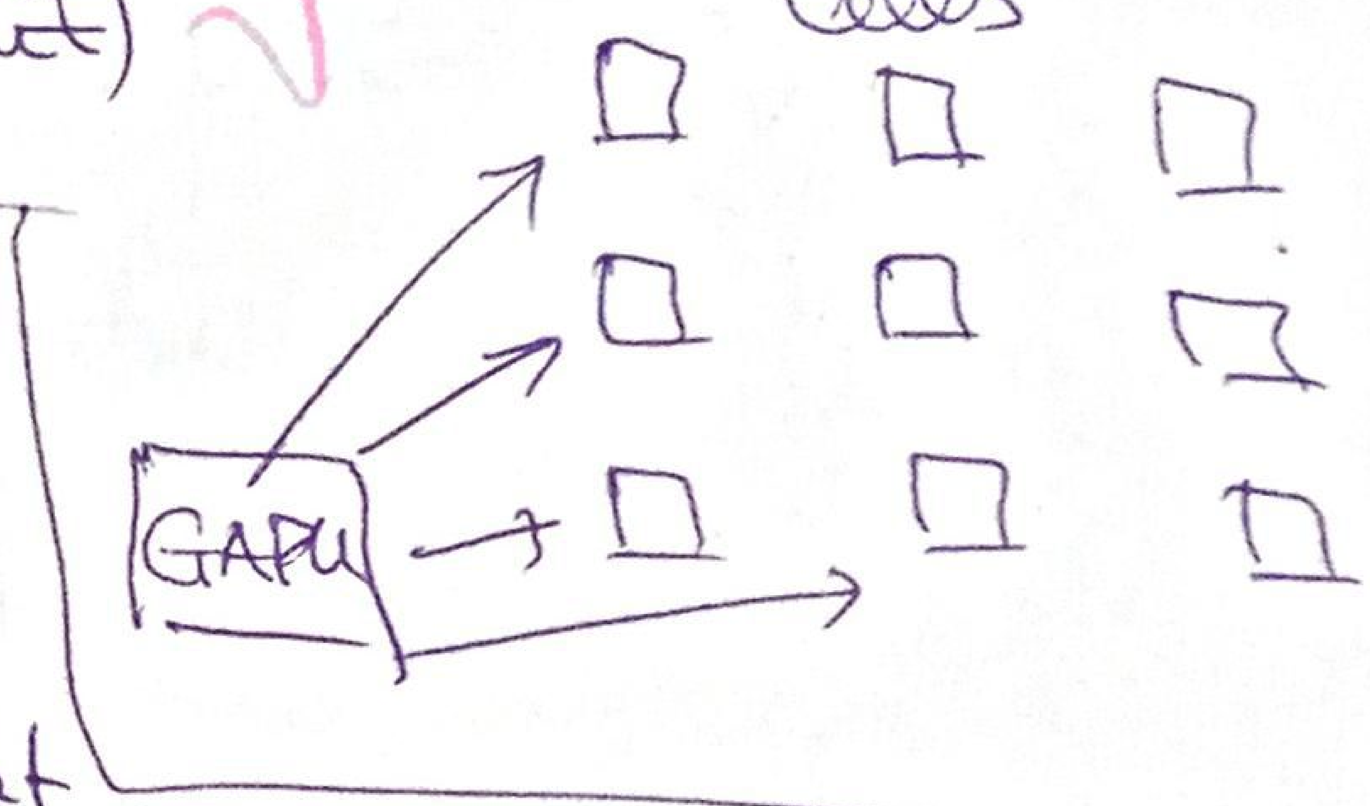
$\frac{df}{dx} = 3 \cdot \frac{-1}{(x+2)^2} < 0 \ \forall x \in \mathbb{R}^+$

Tehát a Ljapunov tulajdonságok teljesülnek, ez lehet Ljapunov fv.

# 4. CNN–UM extended cell




CNN core: a cella működését megvalósító, állapotegyenlet szerint működő egység.
LCCU: műveletvégrehajtásért felelő; a központi egységgel kapcsolatot tart; ezen keresztül állítható be a program.
LAM: a cellák analóg értékeit tárolni képes, (folytonos értékkészletű) memória
LLM: logikai értékeket tároló memória
LAOU (Local analog output unit): a cella be- és kimenetét kezelő egység
LLU (Local logical unit): logikai műveletvégzésre képes egység
GAPU: a cellákat irányító központi vezérlő (Global Analog Processing Unit)




# 5. a.)

~~xxxx~~
Az i. sor j. celláját leíró egyenlet:

$$\dot{x}_{ij} = -x_{ij} + \sum_{k,l \in S_r(i,j)} A(i,j;k,l)\, y_{ij} + \sum_{k,l \in S_r(i,j)} B(i,j;k,l)\, u_{ij} + z.$$

Az ebben szereplő mennyiségek: CSUTAK BALÁZS ABDTWI

$\dot{x}_{ij}$ – a cella állapotváltozójának deriváltja

$x_{ij}$ – a cella állapota (folytonos változó)

$S_r(i,j)$ – az $(i,j)$ cella $r$ sugarú környezetében levő cellák $(k,l)$ indexeit tartalmazó halmaz.

$A(i,j;k,l)$ – az $i,j$ cella függését írja le a szomszédoktól, $(2k+1)\times(2k+1)$ mátrix, általában $i,j$-től független.

pontosabban, ennek $(k,l)$-nek megfelelő eleme

$B(i,j;k,l)$ – mint az A template, csak a bemenettől való függés

$z$ – bias, általában konstans érték (eltolás)

b.) Template tervezés lépései:

1. eldöntjük, hogy propagáló-e a template
   - igen: A mátrix minden eleme paraméter
   - nem: A mátrix középső eleme paraméter, a többi 0.
2. megnézzük ugyanannyira függ-e a kimenet a szomszédoktól
   - amitől nem függ: B eleme 0
   - amiktől egyformán: ~~~~ ~~paraméter~~ ugyanaz a paraméter
   - amitől különbözően: más paraméter
3. ha a működés szimmetrikus, $z=0$. Ha nem, akkor paraméter
4. DP-plot alapján működés megtervezése.

c.) A CNN állapotát leíró mátrix — mCNN.STATE

A CNN din. szereplő bemenet — mCNN.INPUT1

A környezet előkészítése, mCNN objektum inicializálása — cnn_setenv;

A szimulációban alkalmazott lépésköz (időintervallum) — mCNN.TimeStep

A temlib_plus beállítása — mCNN.TemGroup = 'temlib_plus';

$\boxed{6.}$

a.)

| | $C_{-1}$ | $C_0$ | $C_{+1}$ | 147 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 16 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 32 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 64 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 128 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$147 = 128 + 16 + 2 + 1$

$128 + 64 + 32 + 16 = 240$

b.)

| | | | 240 | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

A 240 szabály megegyezik.

c.) A 110-es szabály.

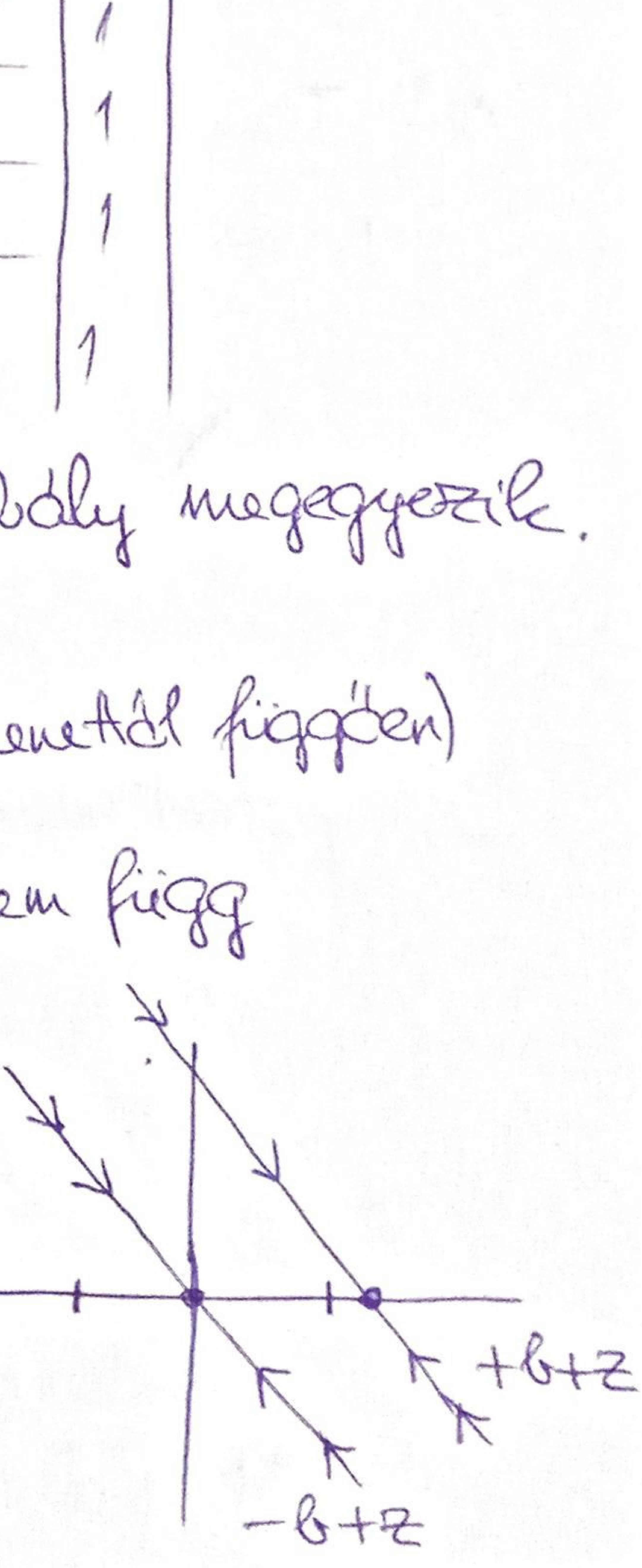
$\boxed{7.}$ $A = 0$ (nem propagál; elég 1 fixpont bemenettől függően)

$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ → szomszédoktól nem függ

Állapotegyenletek:

– fekete bemenet: $\dot{x} = -x + b + z$ (1)

– fehér bemenet: $\dot{x} = -x - b + z$ (2)



CSUTAK BALÁZS ABDTWI

Mivel az (1) egyenes a $(0,0)$ ponton kell áthaladjon, a (2) pedig az 1 felett kell metssze az $Ox$ tengelyt, $2b > 1$ és $b = z$.

Tehát például $b = 1, z = 1$ megvalósítja a kívánt működést.

$\boxed{8.}$ LOGAND

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad z = -1.$$

igazságtábla:

| $x_0$ | $u$ | |
|---|---|---|
| $-1$ | $-1$ | $-1$ |
| $-1$ | $+1$ | $-1$ |
| $+1$ | $-1$ | $-1$ |
| $+1$ | $+1$ | $+1$ |

azaz $u$ szerint:

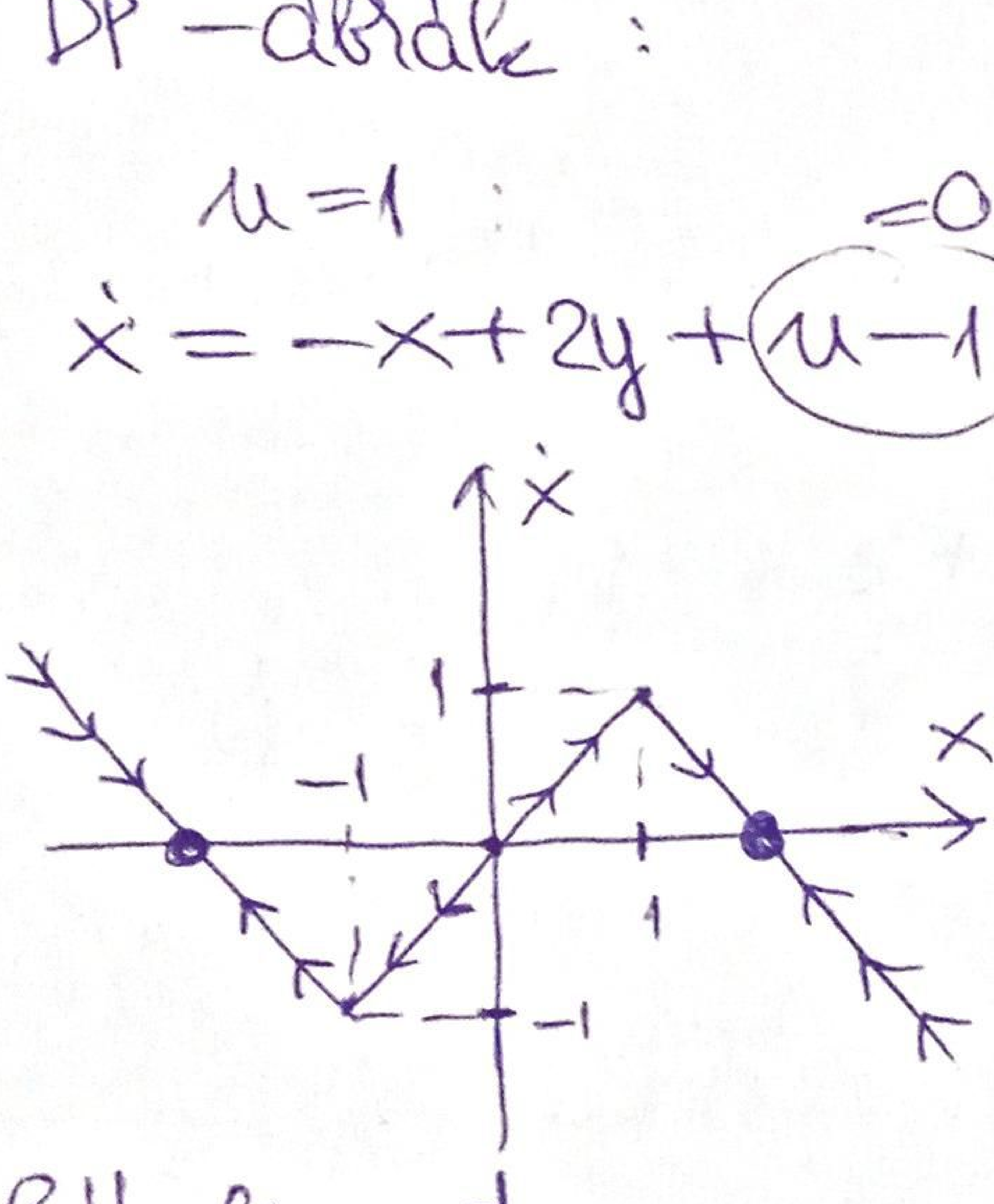
$u=-1 \rightarrow$ a kimenet mindig $-1$

$u=1 \rightarrow$ a kimenet a kezdeti állapottól függ ($x_0 = -1 \Rightarrow -1$ ; $x_0 = +1 \Rightarrow +1$)

DP-ábrák:

$u = 1$ :

$$\dot{x} = -x + 2y + \overbrace{(u-1)}^{=0}$$



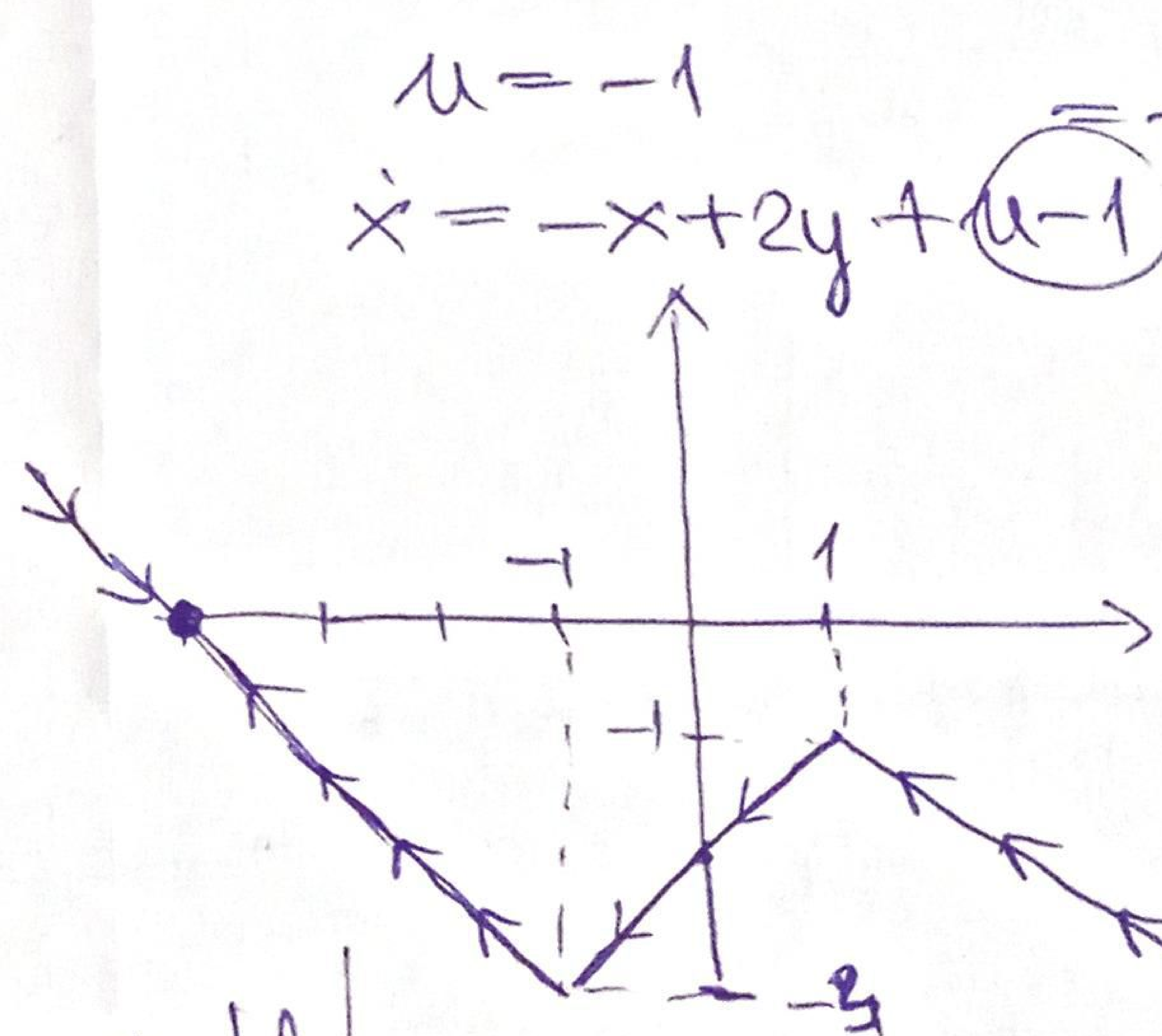
két fixpont

$x_0 \in (-\infty, 0) \Rightarrow$ a $-2$be konvergál (fehér)

$x_0 \in (0, +\infty) \Rightarrow +2$ be konvergál (fekete)

$u = -1$

$$\dot{x} = -x + 2y + \overbrace{(u-1)}^{=-2}$$



egyetlen fixpont $\rightarrow$ mindig fehér

Látható, hogy a template valóban a LOGAND műveletet valósítja meg.

$\boxed{9.}$ A template nem propagáló, a kimenet csak a bemenettől függ, kezdeti állapottól nem $\Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

A felismerendő minta alapján:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -b & 0 \\ 1 & -b & -b \\ b & b & b \end{pmatrix},$$ hiszen így $\sum Bu$ annál nagyobb, minél több pixel egyezik ($b>0$).

A mintától nem eltérő bemenet esetén:

$$\dot{x} = -x + 7b + z$$

A mintától egy helyen eltérő:

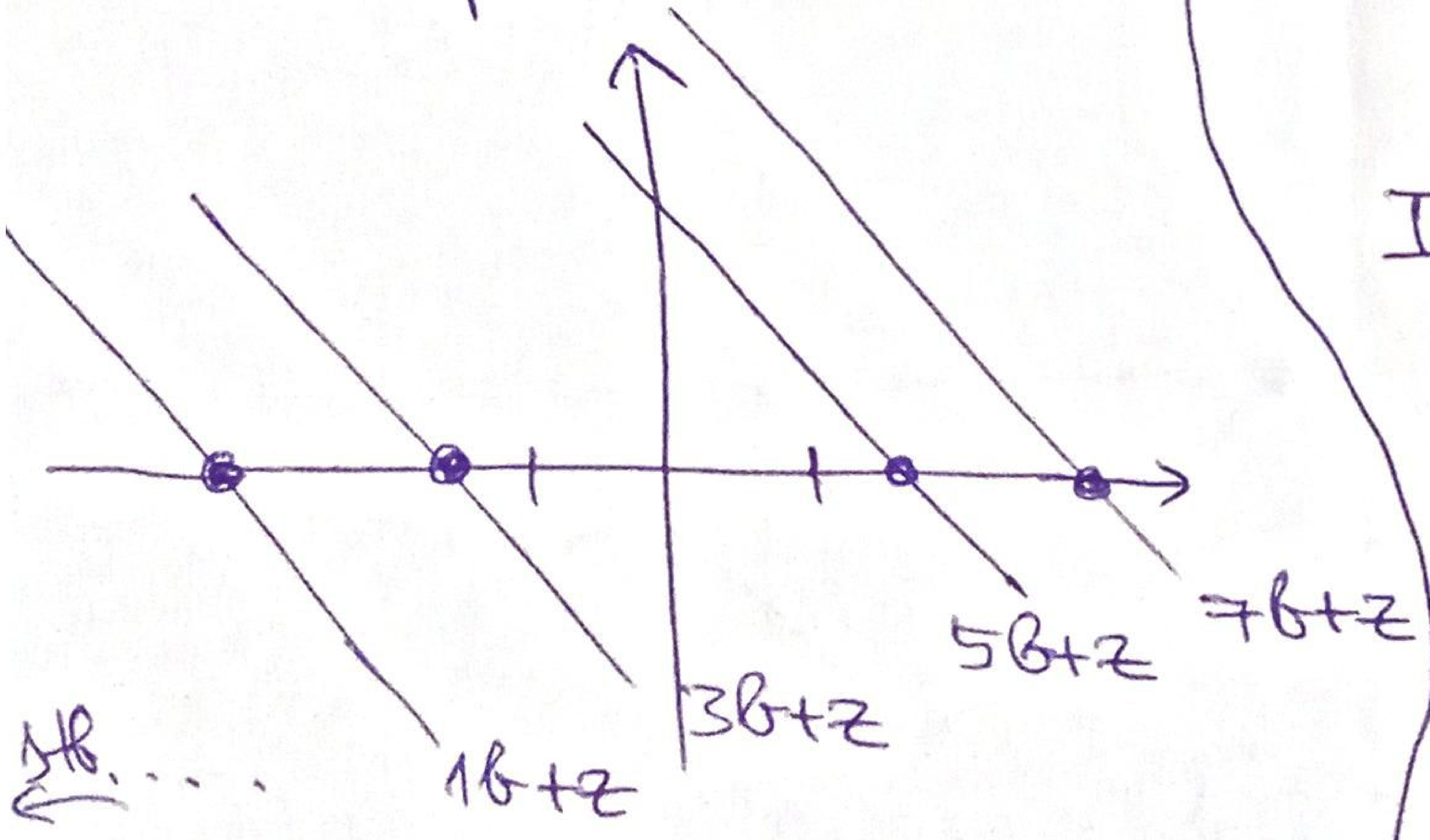
$$\dot{x} = -x + \underbrace{6b - b}_{5b} + z$$

A mintától kettővel eltérő:

$$\dot{x} = -x + 3b + z$$

stb.

DP-plot:




A helyes működés feltétele:

$$\begin{cases} 5b + z > 1 \\ 3b + z < -1 \end{cases}$$

Innen $2b > 2 \Rightarrow b > 1$.

$$1 - 5b < z < -3b - 1$$

Legyen például $b = 2$, $z = -8$. Ekkor $5b + z = 2$, $3b + z = -2$, tehát ez a feladatot elvégző (redundáns) template.