1. feladat: (5p)

a) Írja le a 156-os 1D-s CA szabály igazságtáblázatát!

$156_{10} = 10011100$

	C(-1)	C(0)	C(1)	156
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
4	0	1	0	1
8	0	1	1	1
16	1	0	0	1
32	1	0	1	0
64	1	1	0	0
128	1	1	1	1

b) Adja meg a balratolás 1D-s CA szabályának számát!

	C(-1)	C(0)	C(1)	X
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
4	0	1	0	0
8	0	1	1	1
16	1	0	0	0
32	1	0	1	1
64	1	1	0	0
128	1	1	1	1

$X = 2+8+32+128 = \underline{\underline{170}}$

c) Melyik 1D-s CA szabály univerzális? (Turing teljes architektúrát valósít meg)

A 110-es szabály.

2. feladat (5p)

a) Adja meg a 'Game of Life' szabályrendszerét, írja le, miért érdekes ez.

Szabály 2D sejtautomatán:

C(0,0) „él":

ha 2 vagy 3 szomszéd „él" ⇒ C(0,0) „él"
különben ⇒ C(0,0) „halott"

C(0,0) „halott":

ha 3 szomszéd „él" ⇒ C(0,0) „él"
különben ⇒ C(0,0) „halott"

b) Adja meg az alábbi ábrán látható mintázat következő iterációját a Game of Life szabályrendszert használva toroid határfeltétel esetén:

toroid:

hány élő szomszéd van:

3	3	3	1	1	1	1	3	1	2
3	3	4	2	1	1	1	2	2	1
3	3	4	1	3	2	2	0	1	0
3	3	4	1	2	1	3	3	2	1
3	3	3	0	1	2	1	3	1	2

- minden 3-as fekete lesz
- fekete 2-es marad fekete

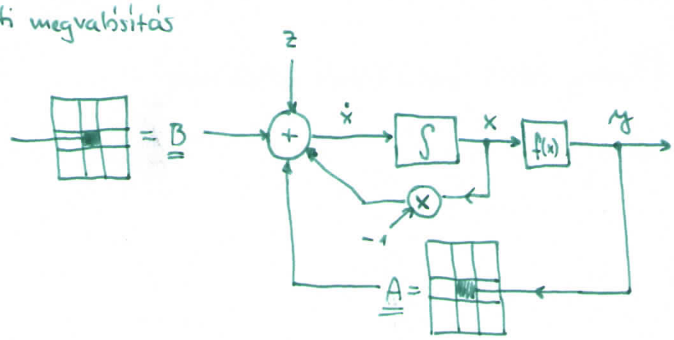
3. feladat (15p)

a) Adja meg a standard CNN dinamikát és az abban szereplő változókat, kifejezéseket!

A CNN működése:

$$\dot{x}_{ij} = -x_{ij} + \sum_{C(k,l) \in S_r(i,j)} A(i,j;k,l)\, y_{kl} + \sum_{C(k,l) \in S_r(i,j)} B(i,j;k,l)\, u_{kl} + z_{ij}$$

Hálózati megvalósítás



Ez a tömör jelöléssel:

$$\dot{X} = -X + Ay + Bu + z$$

ahol
- $\dot{x}$: állapot-derivált
- x: állapot
- A: Feedback template
- y: kimenet
- B: Control template
- u: bemenet
- z: Bias

b) Írja le, milyen 'peremfeltételeket' ismer (név, rövid leírás)!

1.) Fixed (Dirichlet)

a külső virtuális cellákba konstans értéket töltünk

2) Zero flux (Neumann)

a külső virtuális cellák a legközelebbi valós értéket veszik föl (keret másolása)

3.) Periodic (Toroidal)

áthuzalozással végtelen, periodikus képet hoznak létre

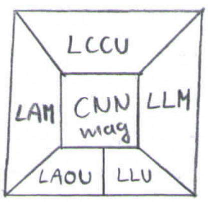
c) Adja meg az alábbi kifejezéshez tartozó MATLAB (matCNN) kódot, vagy a megadott kód jelentését!

A numerikus megoldó iterációinak száma:	mCNN.IterNum
A 'temlib-plus' template library beállítása :	mCNN.TemGroup = 'temlib-plus';
A CNN dinamikában szereplő bemenet (u):	mCNN.INPUT1
A CNN dinamikában szereplő kimenet (y):	mCNN.OUTPUT
A MatCNN környezet inicializálása:	cnn_setenv;
A CNN dinamikában szereplő állapot:	mCNN.STATE
A CNN dinamika bias-a:	mCNN.I
A 'TEMP' template betöltése:	loadtem('TEMP');
A numerikus megoldó integrálási ideje:	mCNN.TimeStep = 0,1;
Egy megadott hálózat szimulációjának indítása:	runtem;

<u>4. feladat</u> (8p)

Ismertesse (rajzolja le) a CNN-UM struktúrát, részeit és funkcióikat (extended cell + GAPU)!

Extended cell:



LAOU: logical analog output unit: be-/kimenetet kezeli szürkeskálás képekre, kombinália (összeadás, kivonás) a lokálisan tárolt adatokat egy be/kimeneti képpé.

LLU: local logic unit: be-/kimenetet kezeli fekete-fehér képekre, kombinália (logikai műveletek) a lokálisan tárolt adatokat egy be-/kimeneti képpé.

LCCU: local communication and control unit: fogadja az utasításokat a GAPU-tól, beállítja a szükséges paramétereket

LAM, LLM: local analog/logic memory: tárolja a szürkeskálás/fekete-fehér képeket

GAPU: global analog programing unit: globálisan kezeli az utasításokat, ezek elindítását, ütemezését, elküldi az utasítások paramétereit és fogadja/feldolgozza a kimeneteket.

5. feladat: (5p)

Tervezzen meg egy zero feedback LOGNOT template-et!

Template-elnevezések:

Serkentő: az A template elemei >0

Gátló: az A template elemei <0

Zero-feedback: $A \equiv 0$

Zero-input: $B \equiv 0$

Uncoupled: $a_{ij} \equiv 0$; kivéve a középső elemet

Mese a Template tervezésről

Nem propagáló ($\equiv$ zero feedback) template tervezésénél $A \equiv 0$

Cél: Megadott template-nek megfelelő esetben FEKETE, különben FEHÉR visszaadása.

céltemplate megadása:

- $-$: don't care $\rightarrow 0$
- B: FEKETE $\rightarrow b$
- W: FEHÉR $\rightarrow -b$

pl: kívánt: $\begin{array}{|c|c|c|}\hline - & W & - \\ \hline W & B & B \\ \hline B & W & - \\ \hline\end{array} \rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & -b & 0 \\ -b & b & b \\ b & -b & 0 \end{bmatrix}$

A CNN dinamikában:

$$\dot{x} = -x + \underbrace{Ay}_{\varnothing} + Bu + z$$ tehát a fixpontot Bu határozza meg:

Ha $\sum Bu + z \geqslant 1 \rightarrow$ FEKETE lesz a kimenet

Ha $\sum Bu + z \leqslant 1 \rightarrow$ FEHÉR lesz a kimenet

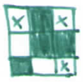
pl: bemenet:

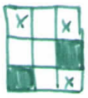
$U =$  $\equiv \begin{array}{|c|c|c|}\hline & -1 & \\ \hline -1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & -1 & \\ \hline\end{array}$ $\quad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & -b & 0 \\ \hline -b & b & b \\ \hline b & -b & 0 \\ \hline\end{array}$

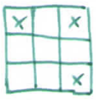
$\Rightarrow Bu = \begin{bmatrix} 0 & -b\cdot(-1) & 0 \\ -b\cdot(-1) & b\cdot 1 & b\cdot 1 \\ b\cdot 1 & -b\cdot(-1) & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sum Bu = 6b \Rightarrow 6b + z \geqslant 1$

Fel kell tehát írni ezeket az egyenlőtlenségeket, majd pedig vagy ábrázolásból, vagy matek alapján lehet ideális b értéket találni

pl. A $6b+z \geq 1$ egyenlőtlenséget már láttuk. Más bemenetekre:

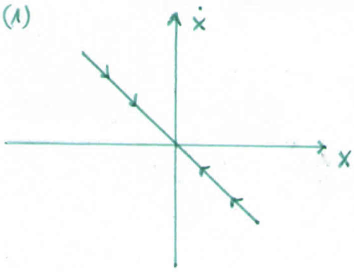
$U =$  $\equiv \begin{bmatrix} & 1 & \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 0 & -b & 0 \\ -b & b & b \\ b & -b & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B_U = \begin{bmatrix} 0 & -b\cdot 1 & 0 \\ -b\cdot(-1) & b\cdot 1 & b\cdot 1 \\ b\cdot 1 & -b\cdot(-1) & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sum B_U = 4b \Rightarrow 4b+z \leq -1$

$U =$  $\equiv \begin{bmatrix} & -1 & \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 0 & -b & 0 \\ -b & b & b \\ b & -b & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B_U = \begin{bmatrix} 0 & -b\cdot(-1) & 0 \\ -b\cdot(-1) & b\cdot(-1) & b\cdot 1 \\ b\cdot 1 & -b\cdot(-1) & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sum B_U = 4b \Rightarrow 4b+z \leq -1$

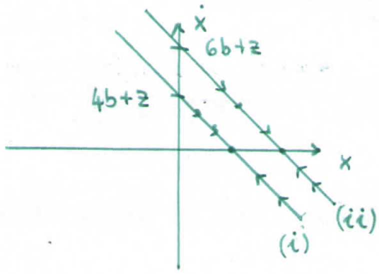
$U =$  $\equiv \begin{bmatrix} & -1 & \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 0 & -b & 0 \\ -b & b & b \\ b & -b & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B_U = \begin{bmatrix} 0 & -b\cdot(-1) & 0 \\ -b\cdot(-1) & b\cdot(-1) & b\cdot(-1) \\ b\cdot(-1) & -b\cdot(-1) & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sum B_U = 0 \Rightarrow 0+z \leq -1$

Miután megkaptuk a szükséges egyenlőtlenségeket, meg kell határozni b és z értékét, mégpedig ezt DP plot segítségével a legkönnyebb:

pl. (1)



(2)



(1) A CNN dinamikából $\dot{x} = -x + Ay$

(2) A $Bu+z$ eltolás figyelembevétele

az (i) egyenestől lefelé FEHÉR kimenetet szeretnénk

az (ii) egyenestől felfelé FEKETE kimenetet szeretnénk

→ A két egyenes távolsága 2b

A 2b-nek kell közrefognia a (-1; 1) intervallumot, tehát

$$2b > 2$$
$$b > 1$$

A b-t tetszés szerint választjuk ebből : $b = 4$

A két egyenlőtlenség:

$6\cdot 4 + z \geq 1$	$4\cdot 4 + z \leq -1$
$24 + z \geq 1$	$16 + z \leq -1$

$$-23 \leq z \leq -17$$

↳ $z = -20$ szintén tetszőlegesen választva

LOGNOT: $W \to B$, $B \to W$ $\Big\}$ $\Rightarrow$ kívánt kimenet fekete, ha bemenet $\begin{array}{|c|c|c|}\hline - & - & - \\ \hline - & W & - \\ \hline - & - & - \\ \hline\end{array}$

zero-feedback: $A = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\qquad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -b & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\qquad z = ?$

Ha $\sum Bu + z \geq 1 \Rightarrow$ FEKETE

Ha $\sum Bu + z \leq -1 \Rightarrow$ FEHÉR

Bemenetek:

1.) $u = \begin{array}{|c|c|c|}\hline x & x & x \\ \hline x & \blacksquare & x \\ \hline x & x & x \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \\ \hline & 1 & \\ \hline & & \\ \hline\end{array}$ $\quad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -b & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\quad Bu = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b\cdot 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad \sum Bu + z = -b + z \leq -1$

2.) $u = \begin{array}{|c|c|c|}\hline x & x & x \\ \hline x & & x \\ \hline x & x & x \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \\ \hline & -1 & \\ \hline & & \\ \hline\end{array}$ $\quad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \\ \hline & -b & \\ \hline & & \\ \hline\end{array}$ $\quad Bu = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b\cdot(-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad \sum Bu + z = b + z \geq 1$

A két egyenlőtlenség: $\begin{matrix} -b + z \leq -1 \\ b + z \geq 1 \end{matrix}$ közti távolság $2b$

A szükséges távolság 2: $2b > 2 \to b > 1$ $\quad \underline{\underline{b = 2}}$-t választok

A választás után az egyenlőtlenségek:

$$-2 + z \leq -1 \qquad\qquad 2 + z \geq 1$$

$$-1 \leq z \leq 1$$

$\hookrightarrow$ $\underline{\underline{z = 0}}$-t választok

$A = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\qquad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\qquad z = 0$

6. feladat (5p)

DP plot segítségével lássa be, hogy a LOGAND template stabil pontjai valóban megfelelnek az elvártaknak.

Segítség: $A_{00} = 2$

$B_{00} = 1$

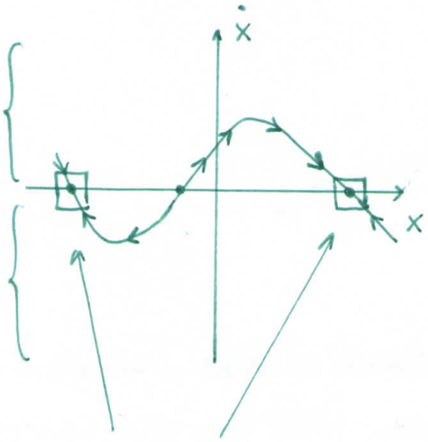
$z = -1$

Mese a DP-plotról

A DP ploton a CNN dinamika van ábrázolva az állapot függvényében: $\dot{x}$ vs. x

itt $\dot{x}>0$ tehát x ⊕ felé tart

itt $\dot{x}<0$ tehát x ⊖ felé tart



A CNN dinamika:

$$\dot{x} = -x + Ay + Bu + z$$

Ennek csak az $\dot{x}=0$ helyeken lehet fixpontja.

Ha az x derivált pozitív, x monoton nő: $\dot{x}>0 \Rightarrow x\uparrow$

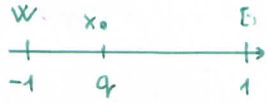
Ha az x derivált negatív, x monoton fogy: $\dot{x}<0 \Rightarrow x\downarrow$

A DP ploton azon pontok (és környezetük) stabilak, melyekbe a nyilak befelé mutatnak. Azon pontok, melyből kifelé mutat nyíl, bár stabilak, de környezetük nem az: a pontból kimozdulva a konvergencia nem tér vissza.

Pl: THRESHOLD template vizsgálata DP plottal:

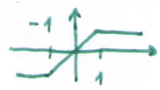
$A_{00} = 2 \qquad B_{00} = 0 \qquad z = Q$

bemenet egy $q \in [-1,1]$ szürkeskálás érték:



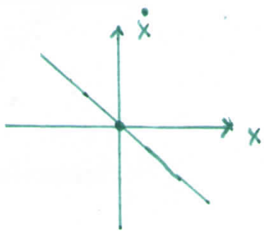
A CNN dinamika: $\dot{x} = \underbrace{-x}_{(1)} + \underbrace{Ay}_{(2)} + \underbrace{Bu}_{(3)} + \underbrace{z}_{(4)}$

TUDJUK: $y = f(x) =$

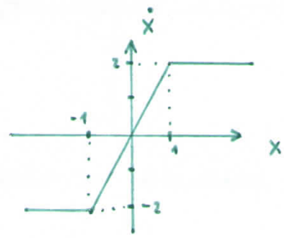


Az $\dot{x}$ négy fv. összegeként áll elő:

(1): $\dot{x} = -x$



(2): $\dot{x} = 2f(x)$

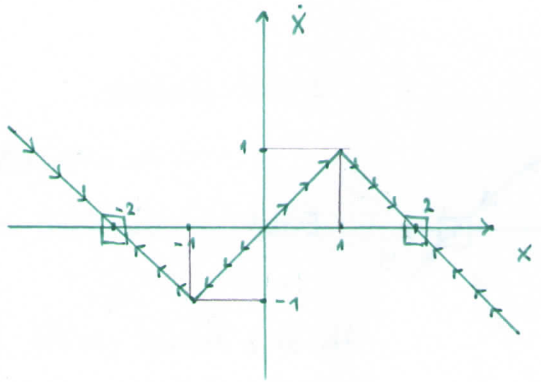


Mivel (3) és (4) nem tartalmaznak x-et, ezért függetlenek tőle, az $\dot{x}$ alakját az (1) és (2) adja meg. A (3) és (4) tagok vízszintes és függőleges eltolást fognak jelenteni. Adjuk össze (1)-et és (2)-t (akár pontonként kiszámolva, akár szakaszonként felírva) majd ábrázoljuk a kapott függvényt!

szakaszonként: $(-\infty; -1]$ $\rightarrow$ $\dot{x} = -x - 2$

$(-1; 1)$ $\rightarrow$ $\dot{x} = -x + 2x$

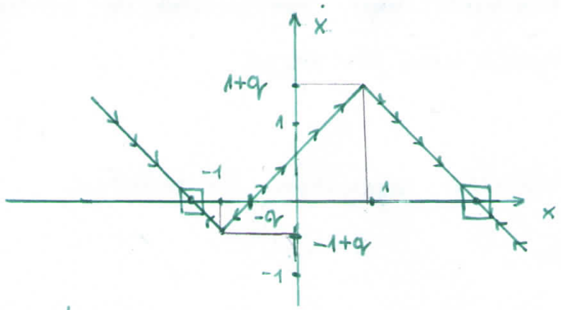
$[1; \infty)$ $\rightarrow$ $\dot{x} = -x + 2$



Ennek a függvénynek a két szélső pontja lesz fixpont: itt stabil a környezet is.

(3): Bu ezt a grafikont a q bemenettől függően felfelé vagy lefelé tolja el.

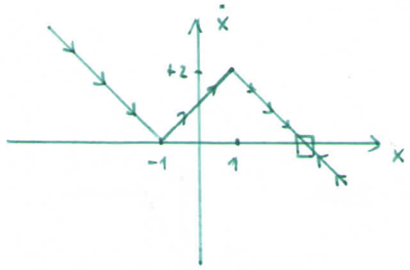
(Pl)² Toljuk el +q-val:

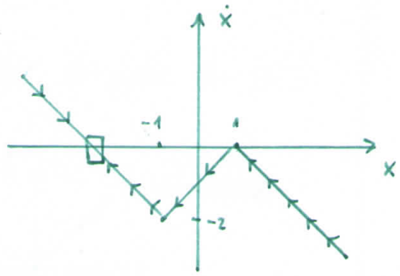


A fixpontok áthelyeződtek! Ha $-1 < q < 1$, akkor jó a megoldás!

Az $u = \pm 1$-re kell megvizsgálni, ebből 2 külön ábra lesz

$u = +1$ $u = -1$





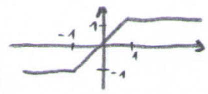
+1 bemenetre +1 kimenet ✓ -1 bemenetre -1 kimenet ✓

Ezt kerestük !!

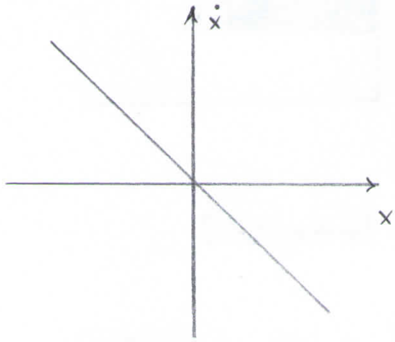
Tehát a DP ploton extrém esetben $(u = \pm 1)$ egyetlen fixpontot keresünk, ami megfelel a template által megkívánt kimeneti paraméternek.

Tehát $A_{00} = 2$; $B_{00} = 1$; $z = -1$

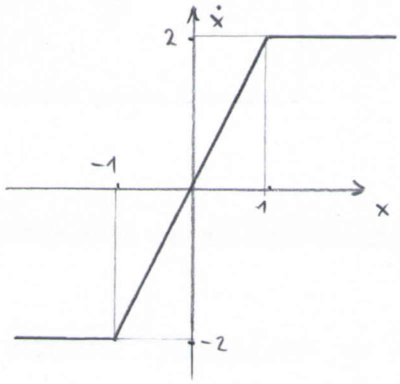
bemenet egy bináris érték $q \in \{-1; 1\}$

A CNN dinamikában: $\dot{x} = \underbrace{-x}_{(1)} + \underbrace{Ay}_{(2)} + Bu + z$ ahol $y = f(x) =$ 

(1)



(2)



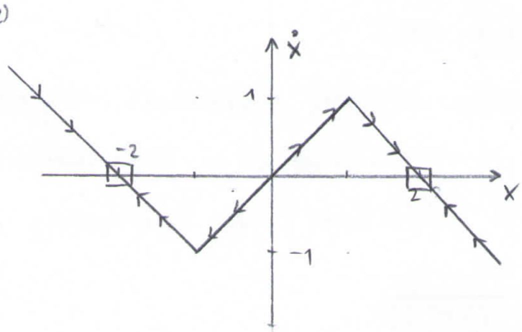
(1)+(2)

$(-\infty; -1)$: $-x-2$

$[-1; 1]$: $-x+2x = x$

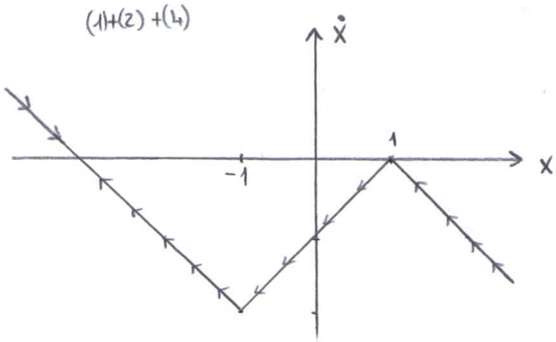
$(1; \infty)$: $-x+2$

(1)+(2)

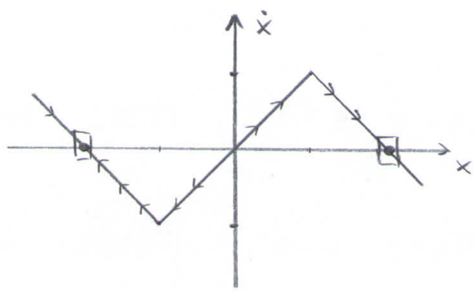


(4) Konstans -1 függőleges eltolás:

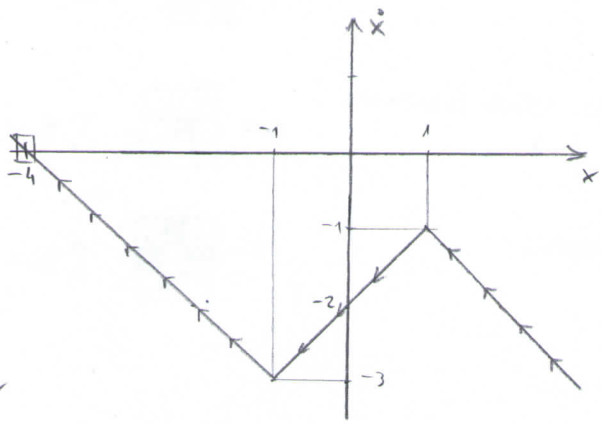
(1)+(2)+(4)



$u = +1$



$u = -1$



$u=-1$ bemenetre -1 kimenet ✓

$u=+1$ bemenetre státuszfüggő $-1/+1$ kimenet ✓

7. feladat (3p)

Melyik template eredményeképp kaphatták az alábbi kimenetet (a template neve kell, nem a template értékek):

SHADOWLEFT

Hogyan tölthető be ez a template MatCNN-ben a template library-ből?

Ez a temlib-plus SHADOW template-je, betöltése: loadtem('SHADOW');

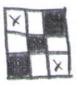
8. feladat (10p)

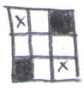
Tervezzen meg egy template-et, mely csak azon mintázatokat ismeri fel, melyek legfeljebb egy pixellel térnek el a lent megadott mintától:
(B - fekete pixel; W - fehér pixel; X - tetszőleges pixel)

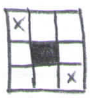
X	W	B
W	B	W
B	W	X

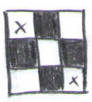
$A = 0$

A kívánt kimenetből: $B = \begin{bmatrix} 0 & -b & b \\ -b & b & -b \\ b & -b & 0 \end{bmatrix}$

Tökéletes bemenetre: $u =$  $\sum Bu = 7b + z \geq 1$ FEKETE kell

1 pixel eltérő bemenetre: $u =$  $\sum Bu = 5b + z \geq 1$ FEKETE kell

2 pixel eltérő bemenetre: $u =$  $\sum Bu = 3b + z \leq -1$ FEHÉR kell

Tökrosszra: $u =$  $\sum Bu = -7b + z \leq -1$ FEHÉR kell

A két legközelebbi „vízválasztó" egyenlőtlenség:

$$\left.\begin{array}{l} 5b+z \geqslant 1 \\ 3b+z \leq -1 \end{array}\right\} \text{ távolságuk } 2b \rightarrow 2b > 2$$

$$b > 1 \rightarrow \text{ legyen } \underline{\underline{b=2}}$$

A két egyenlőtlenség:

$$5\cdot 2+z \geqslant 1 \qquad\qquad 3\cdot 2+z \leq -1$$

$$10+z \geqslant 1 \qquad\qquad 6+z \leq -1$$

$$-9 \leq z \leq -5$$

$$\hookrightarrow \text{ legyen } \underline{\underline{z=-8}}$$

Tehát a megoldás:

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \qquad B = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -2 & 2 \\ \hline -2 & 2 & -2 \\ \hline 2 & -2 & 0 \\ \hline \end{array} \qquad z = -8$$

9. feladat (5p)

Bizonyítsa be, hogy amennyiben az A template centrálisan szimmetrikus, akkor a rendszer teljes visszacsatolását leíró $\hat{A}$ mátrix a hagyományos értelemben véve szimmetrikus.

Ez kizárt dolog, mert nem tudom.