

Méréstechnika labor

3. előadás

- i.) Ismétlés: Áramkörelmélet
- ii.) Ellenállás mérése

Cserey György
2018. 09. 28.

Mennyiségek: töltés, potenciál, feszültség

- A töltés fogalma
 - A töltés az atomi részecske egy elektromos tulajdonsága.
 - A Coulomb [C] - a töltés SI mértékegysége. Egy elektron töltése -1.6×10^{-19} [C]
 - Töltés megőrzés ill. tárolás
- A potenciál fogalma
 - Töltések vonzása/taszítása
 - Elektromos mező
 - Egy mozgó töltés energiája az elektromos mezőben
- A feszültség két elektromos potenciál közötti különbség
 - Mindig két pont között értelmezett
 - A földpont egy fiktív pontja az áramkörnek.
- Vonalintegrálja egy egységnyi töltésre ható erőnek egy elektromos mezőben.
- Szokásos jelölése $u(t)$ vagy U . Az SI mértékegysége a Volt [V].

Mennyiségek: áram, teljesítmény

- Az áram a töltések mozgása. A töltés időbeli változásának mértéke.
 - Az áram az idő szerinti deriváltja egy áramköri elemen áthaladó töltésnek.
 - Szokásos jelölése $i(t)$ vagy I .
 - Az SI mértékegysége az Amper [A].
- A teljesítmény a feszültség és az áram szorzata
 - Egy áramköri elem teljesítménye a hozzá szállított vagy tőle elvont energia időbeli deriváltja.
 - Szokásos jelölése $p(t)$ vagy P . Az SI mértékegysége a Watt [W].

Az áramköri elemek: bevezetés

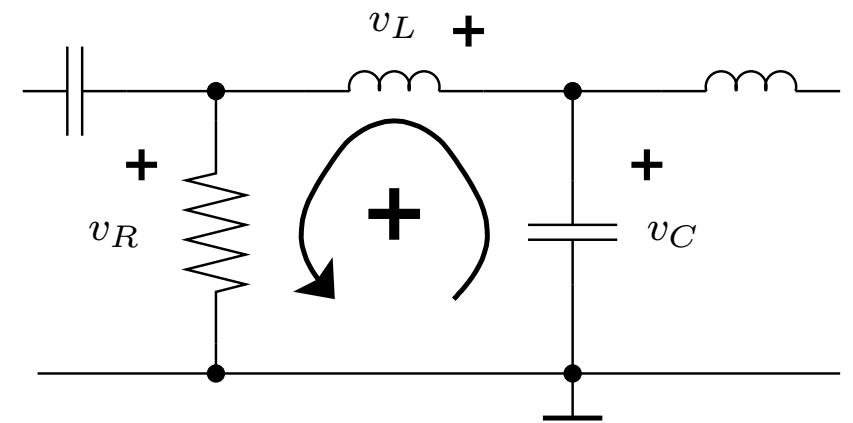
- Az áramkör komponensek összessége, amelyek elvezetései csomópontokban kapcsolódnak (mint egy hálózat).
- Alapvetően 7 fajta komponens (áramköri elem) építi fel az összes áramkört:
 - feszültség- és áramforrás
 - ellenállás,
 - kapacitás (kondenzátor)
 - induktivitás (tekercs)
 - dióda és tranzisztor
- Ezekből az építőelemekből nagy bonyolultságú áramköröket (vagy hálózatokat) tudunk építeni: számítógép, kommunikációs vevő, audio-video szórakoztató rendszerek, hadászati fegyverek, orvosi diagnosztikai rendszerek, stb...

A Kirchhoff törvények

- Az áramkörelmélet alapvető feltevése, hogy teljesül a feszültségekre a Kirchhoff feszültségtörvény (Kirchhoff's voltage law, KVL):

$$u_1 + u_2 + \dots + u_m = \sum_{k=1}^m u_k = 0$$

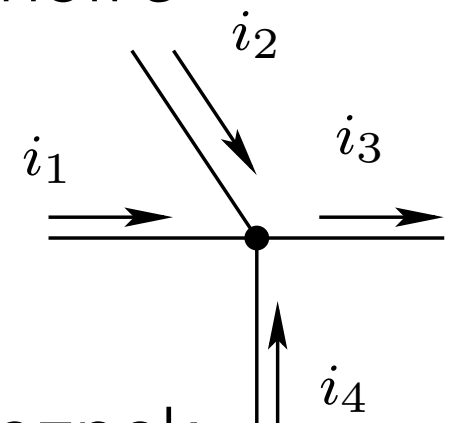
ahol a feszültségek egy hurokban vannak,



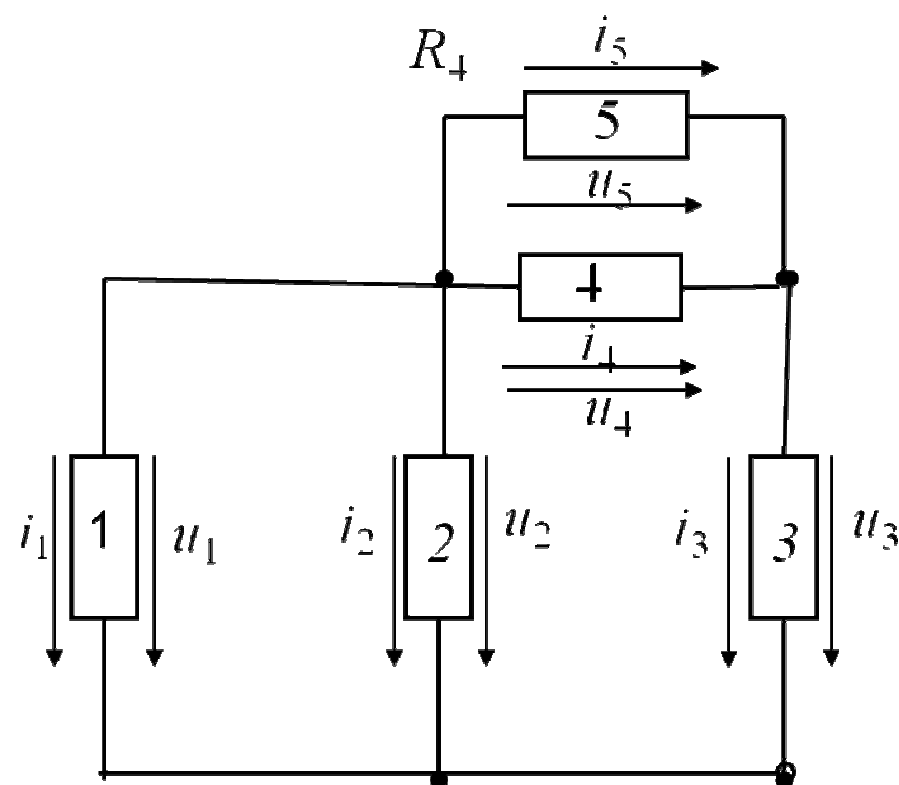
- és az áramok teljesítik a Kirchhoff áramtörvényt (Kirchhoff's current law, KCL):

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = \sum_{k=1}^n i_k = 0$$

ahol az áramok egy csomópontból indulnak vagy érkeznek.



Az áramkör lineáris homogén egyenletrendszere



KVL:

$$u_2 - u_3 - u_4 = 0$$

$$u_1 - u_2 = 0$$

$$u_5 - u_4 = 0$$

KCL:

$$i_1 + i_2 + i_4 + i_5 = 0$$

$$-i_5 - i_4 + i_3 = 0$$

~~$$-i_1 - i_2 - i_3 = 0$$~~

Lineárisan
független
egyenletek

Megjegyzés: 10 ismeretlen, 5 egyenlet és 5 karakterisztika

Parametrikusan
Strukturálisan

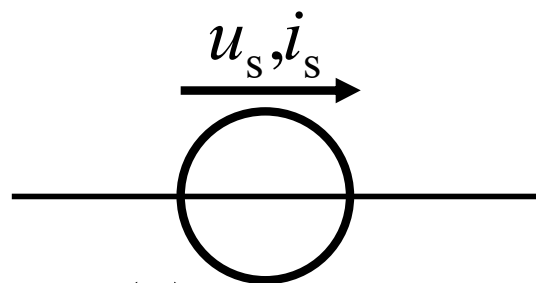
Reguláris hálózat

Megoldható

A komponensek osztályozása 1.

Források:

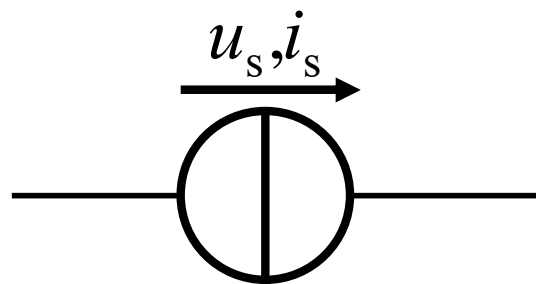
- Feszültségforrás:



$$u = u_s(t)$$

i tetszőleges az áramkör kényszere

- Áramforrás:



$$i = i_s(t)$$

u tetszőleges az áramkör kényszere

- Megjegyzés:

- DC: $u_s(t) = U_0$

- AC: $u_s(t) = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0)$

- Csúcstól csúcsig érték:

$$U_{pp} = U_{\max} - U_{\min}$$

- Effektív érték (RMS):

Szinuszos jelre:
 $U_{\text{eff}} = 0.707 U_{\max}$

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

Abszolút érték

$$U_{\text{abs}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt$$

- Átlag érték: DC az AC-ban

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

A komponensek osztályozása 2.

- Rezisztív (egyébként dinamikus): $u(t=\tau)$ csak az $i(t)$ τ ideőbeli értékétől függ:

$$u(t = \tau) = \Phi_u \{i(t)\} = U(i(t = \tau), \tau) \quad \forall \tau$$
$$(\text{vagy } i(t = \tau) = \Phi_i \{u(t)\} = I(u(t = \tau), \tau))$$

- Példa:
- Az ellenállás rezisztív, mivel u -t determinálja i a τ időpontban:

$$u=i R \text{ (Ohm "törvény")}$$

- Az indukció (tekercs) dinamikus, mivel $u(t=\tau)$ nem határozható meg $i(t=\tau)$ ismeretében:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

A komponensek osztályozása 3.

- Lineáris (egyébként nemlineáris) komponensek teljesítik a szuperpozíció elvét:

$$\Phi_u \left(\sum_k C_k \cdot i_k(t) \right) = \sum_k C_k \cdot \Phi_u(i_k(t)) = \sum_k C_k \cdot u_k(t)$$

- Példák:
- Az ellenállás lineáris elem.
- Az indukció (tekercs) is lineáris, mivel

$$\Phi_u \{K_1 i_1 + K_2 i_2\} = L \frac{d(K_1 i_1 + K_2 i_2)}{dt} = K_1 L \frac{d(i_1)}{dt} + K_2 L \frac{d(i_2)}{dt} = K_1 \Phi_u \{i_1\} + K_2 \Phi_u \{i_2\}$$

A komponensek osztályozása 4.

- Időinvariáns (egyébként idővariáns) egy komponens, amelynek u feszültsége explicit nem függ az időtől:

$$u(t) = \Phi_u \{i(t)\} \rightarrow u(t - \tau) = \Phi_u \{i(t - \tau)\}$$

- Kauzális (egyébként akauzális) egy komponens, ha az u feszültség függ az i áram múltjától/jelenétől, de nem függ a jövőjétől, azaz az $u(\tau)$ csak az $i(t)$ azon értékeitől függ, ahol $t < \tau$.

A komponensek osztályozása 5.

- Passzív (egyébként aktív) komponensek mindig fogyasztják (soha nem termelik) az energiát, azaz a munkafüggvényük mindig pozitív:

$$w(t) \geq 0$$

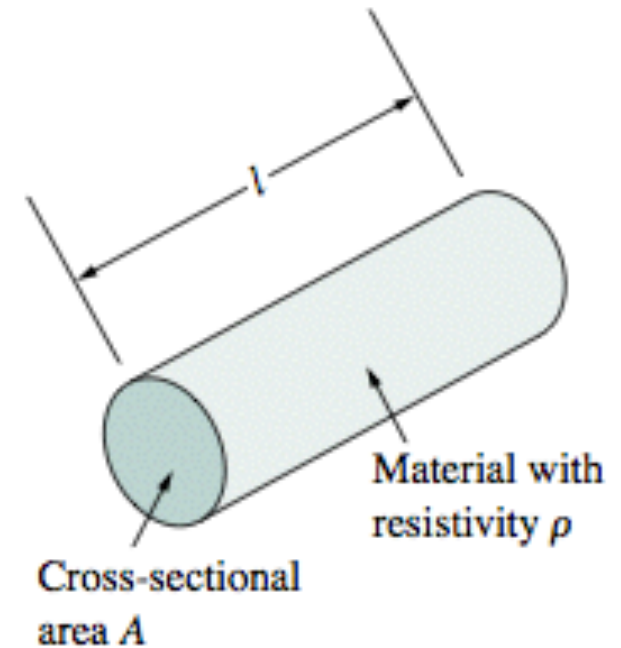
- Példa:
- Az ellenállás passzív elem, mivel

$$w(t) = \int_{-\infty}^t u \cdot i dt = \int_{-\infty}^t (Ri) \cdot i d\tau = R \int_0^t i^2 dx \geq 0$$

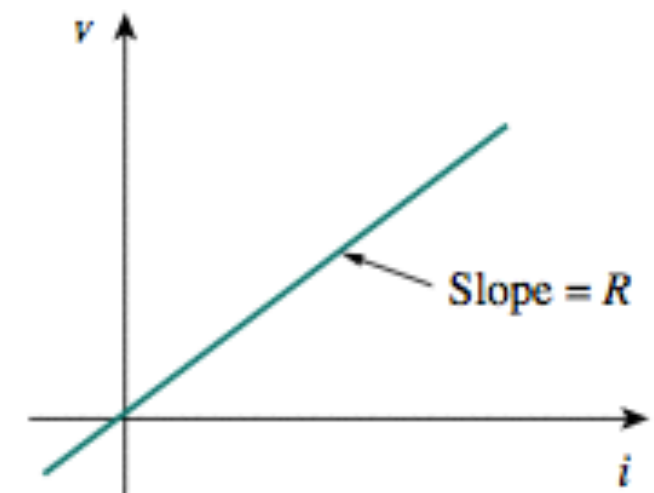
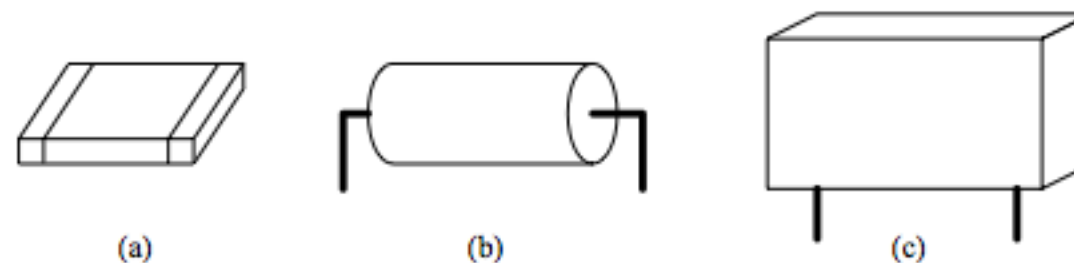
↑
csak ha $R > 0$!

Az ellenállás

- egyértelmű összefüggés van a rajta mért feszültség és a rajta átfolyó áram között, függetlenül az időbeli lefolyástól.
- $u=f(i)$, az esetek többségében: $u=Ri$
- közösleges, lineáris ellenállások. Az ellenállás aktív részének anyaga szénréteg, fémréteg, ellenállás-huzal. Kerámia tartókra viszik fel, kivezetéseket csatlakoztatnak hozzá.
- hőre érzékeny ellenállások. NTC hőre csökken-, PTC hőre nő az ellenállás értéke. Hőmérséklet mérés, túláram védelme.
- potenciométerek. Két végérték között változtatható az ellenállás értéke.



$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$



Fajlagos ellenállás

- Különböző anyagoknak különböző az elektromossággal szembeni mutatott tulajdonságokat mutat. Léteznek olyan anyagok,
 - melyek nulla ellenállással vezetik az elektromos áramot (szupravezetőknek nevezzük)
 - melyek nem nulla ellenállással vezetik az elektromos áramot (vezetőknek nevezzük)
 - melyek nem mutatnak vezetési jelenséget (szigetelőknek nevezzük)
 - a két csoport közötti anyagok (félvezetőknek nevezzük)

Fajlagos ellenállás

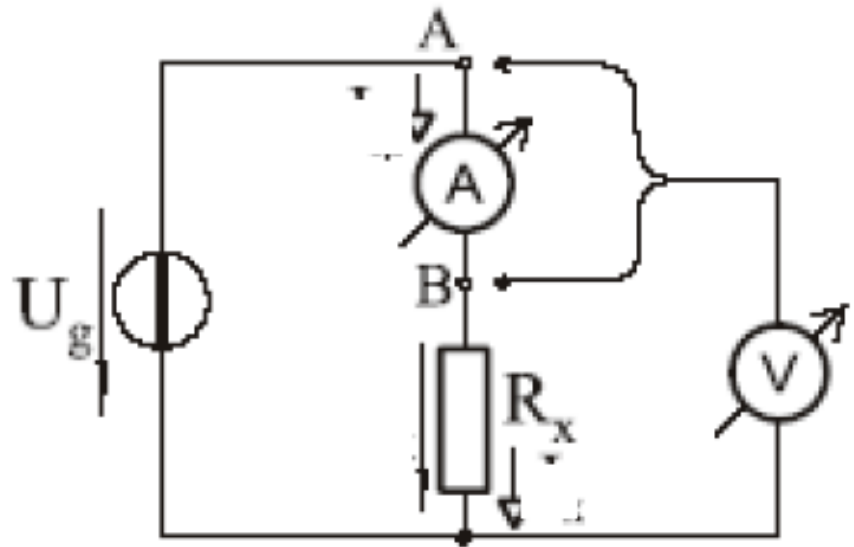
- Az anyagokat vezetőkéességük szempontjából egy egységnyi darabjuk ellenállásával jellemezzük. Az egységnyi darab az pl.: 1mm² keresztmetszet 1 m hosszú anyag melynek az ellenállása a fajlagos ellenállás.
- **Jele:** ρ (görög rho betű).
- **Mértékegysége:** $\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ vagy SI rendszerben az Ωm

Fajlagos ellenállás

- Táblázatokban gyakran: $\Omega \frac{mm^2}{m} = \mu\Omega m$ mértékegység szerepel.
 - A szupravezetők fajlagos ellenállása természetesen nulla Ωm .
 - Fémek fajlagos ellenállása kicsi, jellemzően néhány tíz..száz $n\Omega m$ (nanoohmméter) tartományban van.
 - Szigetelőké $P\Omega m$ (petaohmméter) nagyságrend.
- A fajlagos ellenállás **hőmérsékletfüggő**. Ha egyéb megjegyzés nincs, a megadott adat $20\text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletre vonatkozik. A hőmérséklettől való függés a hőmérsékleti együttható.

Ellenállásmérés

- A eset: R_x nagy
- B eset: R_x kicsi



A eset: $V = A \cdot (R_A + R_x)$, ebből $R_x = \frac{V}{A} - R_A$

B eset: $A = \frac{V}{R_V} + \frac{V}{R_x}$, ebből $R_x = \frac{V}{A - \left(\frac{V}{R_V}\right)} = \frac{V}{A} \cdot \frac{1}{1 - \frac{(V/A)}{R_V}}$

Méréshatár kiterjesztés

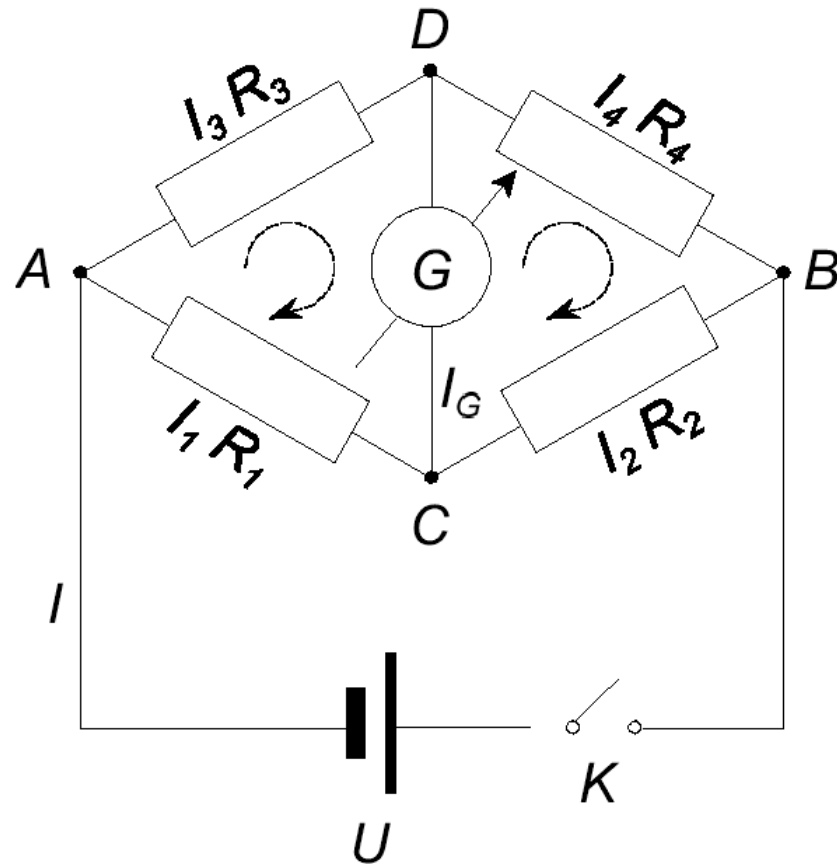
- Segédellenállások
- Ezeknek az ellenállásoknak a szerepe az, hogy csökkentsék az ampermérőn átfolyó áram erősségét, valamint a voltmérőn eső feszültséget. A méréshatár „ n ” - szeresére növelhető áramerősség mérésnél a műszerrel párhuzamosan kapcsolt

$$R_s = \frac{R_A}{n - 1} \quad \text{un. sönt-ellenállással,}$$

feszültségmérésnél a műszerrel sorosan kapcsolt

$$R_e = (n - 1)R_V \quad \text{un. előtét-ellenállással.}$$

Wheatstone-híd



$$I_G = 0$$

$$I_1 = I_2$$

$$I_3 = I_4$$

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0$$

$$I_2 R_2 - I_4 R_4 = 0$$

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$

Hurokellenállás mérése

- Legyen R_3 az ismeretlen ellenállás, az R_4 pedig ismert, változtatható ellenállás. Adott R_1 és R_2 ellenállások esetén az R_4 értékének változtatásával beállítható a híd egyensúlya, amely $I_G=0$ feltétel teljesülésével ellenőrizhető. Az egyensúlyi helyzet eléréséhez szükséges ellenállások ismeretében R_3 értéke meghatározható:

$$R_3 = R_4 \frac{R_1}{R_2}$$

Szigetelő ellenállásának mérése

- A leggyakoribb egyenáramú mérési módszer: adott feszültség rákapcsolása után az átfolyó áram mérése. Ebből az Ohm-törvény alapján számíthatjuk az ellenállást, vagy a műszer már közvetlenül azt jelzi ki. Az alkalmazott feszültség 500 – 1000V, vagy, ha adott alkalmazáshoz vizsgáljuk a szigetelőt, a névleges feszültség kb. kétszerese.
- Problémák!

Szigetelő ellenállásának mérése

- Egy jó szigetelőanyag ellenállása $10^{13} - 10^{16}\Omega$, vagy még nagyobb. Ha a mérőműszer szigetelése is ebbe a tartományba esik, az párhuzamosan kapcsolódik a mérendő ellenálláshoz és meghamisítja a mérésünket.
 - Azaz biztosítani kell, hogy a mérőberendezésből párhuzamosan kapcsolódó ellenállások értéke nagyságrendekkel nagyobb legyen, mint a mérendő ellenállás. Így a méréshatár felső korlátja kb. $10^{16}\Omega$ és ezt közelítve a mérés pontossága is fokozatosan romlik.
 - Egy mérendő minta kapacitív tagként is viselkedik, az ezt figyelembe vevő helyettesítő áramkör
 - Ugyanakkor sok esetben az ellenállás több tíz percen keresztül folyamatosan nő, sőt azt tekintik jó szigetelésnek, ahol ez a növekedés nagyobb. Ezért az ellenállás időfüggésének mérése is javasolt.

Alapvető összefüggések, hálózatokra vonatkozó tételek

- Ellenállások soros kapcsolása:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N = \sum_{n=1}^N R_n$$

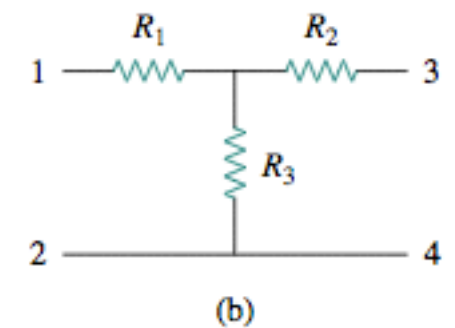
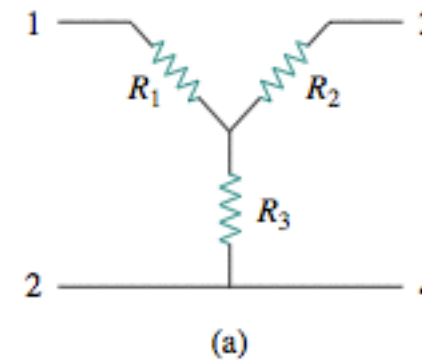
- Párhuzamos kapcsolása: $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

Alapvető összefüggések, hálózatokra vonatkozó tételek

- Delta -> Csillag átalakítás:



$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

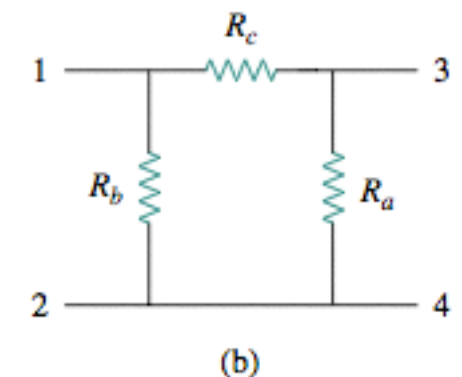
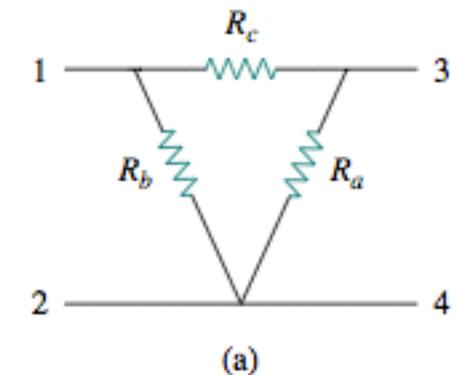
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

- Csillag -> Delta átalakítás:

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

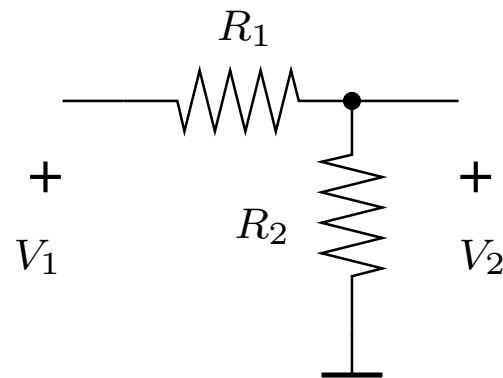
$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$



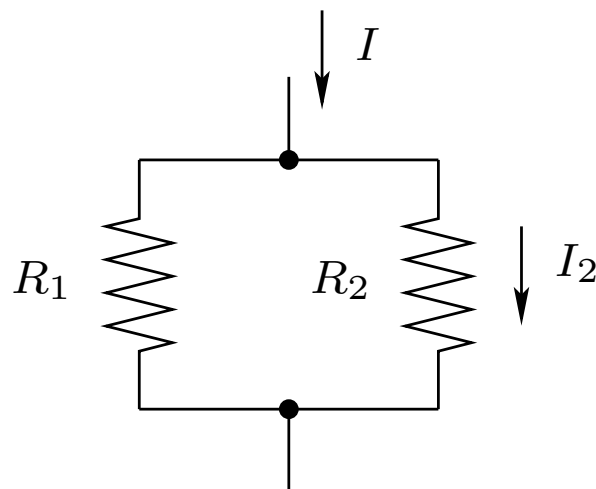
Alapvető összefüggések, hálózatokra vonatkozó tételek

- Feszültségosztó tétele:



$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$$

- Áramosztó tétele:



$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Alapvető összefüggések, hálózatokra vonatkozó tételek

- Források deaktivizálása nem egyenlő a kivételükkel.
- Feszültségforrás deaktivizálása rövidzár.
- Áramforrás deaktivizálása szakadással helyettesíthető.

A szuperpozíció elve

- A szuperpozíció elve kimondja, hogy a teljes válasz a független források válaszainak összege. Ez az elv lineáris rendszerek esetén teljesül.
- Egyenlet alakban:

$$u = u^{(1)} + u^{(2)} + u^{(3)} + \dots + u^{(n)}$$

- ahol n most a források számát jelöli.

Vége az 3. előadásnak

- i.) Ismétlés: Áramkörelmélet
- ii.) Ellenállás mérése

Cserey György
2018. 09. 28.