

1. Adott egy bináris lineáris kód a $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ generátormátrix-al.
- Szisztematikusan-e a kód (indokolja választát) (4p)
 - Adja meg a kódszavakat (4p)
 - Hány hibát tud javítani a kód? (4p)
 - Adja meg a paritásellenőrző mátrixot! (4p)
 - Adja meg azon hibavektorok csoportját, amelyek a csupa egyesből álló szindrómavektorhoz tartoznak és adja meg mi lesz ebben az esetben a detektált hibavektor! (4p)

Megoldás:

a) Szisztematikusan a kód, mert a $\mathbf{G}$ 2×5 -es egységmátrix-al kezdődik.

$$b) \mathbf{c} = \mathbf{uG} = (u_1, u_2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{c}^{(0)} = (00000); \mathbf{c}^{(1)} = (01111); \mathbf{c}^{(2)} = (10110); \mathbf{c}^{(3)} = (11001)$$

$$c) t = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{w_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{3 - 1}{2} \right\rfloor = 1$$

$$d) \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e)

$$\mathbf{s}^T = \mathbf{He}^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$E_{(111)} = \{\mathbf{e} : \mathbf{He}^T = \mathbf{s}^T\} = \{(00111); (00111) + \mathbf{c}^{(1)}; (00111) + \mathbf{c}^{(2)}; (00111) + \mathbf{c}^{(3)}\} = \{(00111); (01000); (10001); (11110)\}$ amiből a detektált hibavektor 01000

2. Karikázza be a helyes állításokat az alábbi listán (csak akkor adható rá 20p, ha minden állításról helyesen döntött, különben 0 pont).
- Ha egy $C(n, k)$ lineáris bináris kód szisztematikusan, akkor a generátormátrix egyik $k \times k$ -s szegmense sem egységmátrix.
 - Egy $C(15, 11)$ bináris Hamming kód képes minden kettős hibát javítani.
 - Ha egy ciklikus kód egyik kódszava (3, 2, 6, 5), akkor a (5, 3, 2, 6) vektor is kódszó.**
 - Ha egy GF(8) feletti Reed Solomon kód generátorpolinomjának fokszáma 6, akkor a kód hibajavító képessége 3**
 - Egy t hibát javítani képes bináris lineáris kódnál $d_{\min} < 2t$

3. Adja meg a válaszokat a következő kérdésekre (mindegyik 5p)
- Hány hibát javít, egy olyan ciklikus RS kód, amelynek a generátor polinomja 8-ad fokú ($t=4$ -et).
 - A $C(3, 1)$ Hamming kód MDS is egyben? IGEN
 - Hány darab hibacsoport van egy $C(15, 11)$ lineáris, bináris kód esetén? 16
 - Egy bináris Hamming kód $k=26$ hosszúságú üzenetvektorokkal működik. Adja meg a kódszó hosszát!
 $2^{n-k} = n + 1 \rightarrow n = 31$

4. Adott egy szisztematikusan lineáris bináris Hamming kód a paritásellenőrző mátrixával, amelyből egy 2 darab oszlopvektor hiányzik a csillaggal jelölt helyeken.

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & * & 1 & 0 & * & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & * & 0 & 1 & * & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & * & 0 & 0 & * & 1 \end{pmatrix}$$

- Adja meg a kód paramétereit (n, k)? (4p)
- Hány hibát tud javítani ez a kód? (8p)
- Adja meg a hiányzó oszlopvektorokat! (8p)

Megoldás:

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont

- a) $C(15,11)$ valóban Hamming kód.
 b) Minden egyes hibát tud javítani, hiszen Hamming kód.
 c) Sorvektorként írva (1111) és (0010) hiszen minden lehetséges 4 hosszúságú bináris vektornak szerepelni kell benne, kivéve a teljesen zérus vektort, illetve az utolsó része a mátrixnak egységmátrix kell, hogy legyen.

5. a) Adott egy minden egy hibát javító ciklikus RS kód a $GF(8)$ felett.

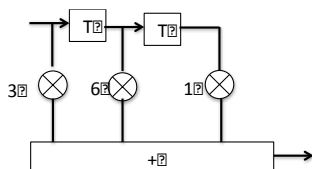
- a) Adja meg a kód paramétereit ! (4p)
 b) Adja meg a generátorpolinomot ! (8p)
 c) Rajzolja le az üzenetpolinomból a kódpolinomot képző architektúrát és írja bele az együtthatókat szám formában a ($GF(8)=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ elemek valamelyike szerepeljen a szorzó gyanánt!) (8p)

Megoldás:

a) $n = q - 1 = 7$, $n - k = 2t = 2 \rightarrow k = 5 \rightarrow C(7,5)$

b) $g(x) = \prod_{i=1}^{n-k} (x - y^i) = (x - y)(x - y^2) = (x + y)(x + y^2) = x^2 + (y + y^2)x + y^3 = x^2 + y^4x + y^3$

c)



A hatványtábla $GF(8)$ felett a következő

1	1	7	14	21
y	y	8	15	22
y ²	y ²	9	16	23
y+1	y ³	10	17	24
y ² +y	y ⁴	11	18	25
y ² +y+1	y ⁵	12	19	26
y ² +1	y ⁶	13	20	27

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont