Kódolástechnika ZH

2017. október 27.

Név/Kód:

1. (20p)	2. (20 p)	3. (20 p)	4. (20 p)	5. (20 p)	Összesen (100p)	Jegy

- **Győződjön meg róla, hogy a névsorban elfoglalt helye alapján a megfelelő teremben írja-e a dolgozatot!**
- **Minden feladatot külön A4-es lapon dolgozzon, kivéve a teszt (2.) feladatot, amelyet a nyomtatott oldalon töltsön ki bekarikázással jelezve a helyes választ !**
- **Egy vízszintes vonallal jelezze a nyomtatott lap tetjén lévő táblázatban azt a feladatot, amelyet nem oldott meg !**
- **Minden lapon olvashatóan szerepeljen a neve és a NEPTUN kódja!**
- **A diákigazolványa legyen előkészítve!**
- **AZ 1-ES, 3-AS 4-ES ÉS 5-ÖS FELADATOK MEGOLDÁSA MELLÉ INDOKLÁST IS KÉRÜNK, ÖNMAGÁBAN CSAK A HELYES VÉGEREDMÉNY NEM ÉRTÉKELHETŐ !**

F O N T O S !!!

1. Adott egy lineáris bináris kód, a következő generátormátrix-al.

$$\mathbf{G}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Adja mega kód paramétereit ! (5p)
b) Hány hibát képes javítani a kód ? (5p)
c) Mi lesz a detektált üzenet a vételi oldalon, ha az adóoldalon az $\mathbf{u}=(01)$ üzenetvektor került leadásra ezen üzenetvektorhoz tartozó kódszó átvitele esetén a bináris szimmetrikus csatorna által véletlenszerűen kisorsolt hibavektor az $\mathbf{e}=(10001)$? (10p)

Megoldás:
a) C(5,2) mert a **G** mátrix 2x5-ös.
b) A kódszavak: $\mathbf{c}_0=(00)\mathbf{G}=(00000)$, $\mathbf{c}_1=(01)\mathbf{G}=(01110)$, $\mathbf{c}_2=(10)\mathbf{G}=(10011)$, $\mathbf{c}_3=(11)\mathbf{G}=(11101)$

ebből $d_{\min}=w_{\min}=3\rightarrow t=\left\lfloor \frac{d_{\min}-1}{2}\right\rfloor=1$

c) Ha $\mathbf{u}=(01)$ üzenetvektor kerül leadásra, akkor $\mathbf{c}=(01)\mathbf{G}=(01110)$ a vett vektor $\mathbf{v}=\mathbf{c}+\mathbf{e}=(11111)$, ami alapján a

szindróma vektor $\mathbf{s}^T=\mathbf{H}\mathbf{v}^T=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

ehhez a szindrómavektorhoz tartozó hibacsoport

$E_{(010)}=\{(10001),(10001)+\mathbf{c}_1,(10001)+\mathbf{c}_2,(10001)+\mathbf{c}_3\}=\{(10001),(11111),(00010),(01100)\}$

ebből a csoportvezető hibavektor az $\mathbf{e}_{(010)}=(00010)$, a vételi oldalon ezt identifikáljuk.

Ebből: $\mathbf{c}_{\text{detektált}}=\mathbf{v}+\mathbf{e}_{(010)}=(11101)$ amiből a vételi oldalon detektált üzenetvektor az első két bit megtartásával $\mathbf{u}_{\text{detektált}}=(11)$.

2. Karikázza be a helyes állításokat az alábbi listán (csak akkor adható rá 20p, ha minden állításról helyesen döntött, különben 0 pont).
a) Egy *C(7,4)* lineáris bináris kódnak 8 db. hibacsoportja van.
b) A szindrómadekódolási táblázatban a hibavektorok és a hozzájuk tartozó üzenetvektorok vannak.
c) Ha egy GF(16) feletti Reed Solomon kód generátorpolinomjának fokszáma 8, akkor a kód hibajavító képessége 4 (max. minden négyes hibát képes javítani).
d) Egy 32 darab szimbólumot kibocsátó forrás entrópiája nem lehet nagyobb mint 5.
e) Az egyenletes eloszlású forrás entrópiája minimális.

3. a) Mennyi 2x3 a GF(4) felett ? (5p)
b) Valósítsa meg ezt a szorzást shift regiszterrel. A megoldás során a shift regiszter topológiáját (melyik rekesz melyikkel van összekötve) a 2-es szorzótényező segítségével határozza meg, míg a regiszterbe a 3 legyen feltöltve ! (15p)

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont

A hatványtábla a GF(4) felett a következő:

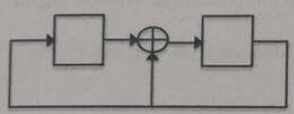
1	1
y	y
y^2	$y+1$
y^3	1

, míg az irreducibilis polynom: $p(y)=y^2+y+1$

Megoldás:

A végeredmény $2x3=yy^2=y^3=1$ 5

y^0 y^1



15

4 Adott egy minden egy hibát javító ciklikus nem rövidített RS kód a GF(8) felett.

a) Adja meg a kód paramétereit ! (5p)

b) Adja meg a generátorpolinomot ! (5p)

c) Adja meg az üzenetvektorhoz (az üzenetvektor minden komponense 7-es), tartozó kódszót bináris formában ! (10p)

A hatványtábla a GF(8) felett a következő:

1	1
y	y
y^2	y^2
$y+1$	y^3
y^2+y	y^4
y^2+y+1	y^5
y^2+1	y^6

Megoldás:

a) $q=2^3,\ n=q-1=7,\ \ n-k=2t=2\rightarrow k=5\rightarrow C(7,5)$

$$g(x)=\prod_{i=1}^{n-k}\left(x-y^i\right)=(x-y)\left(x-y^2\right)=(x+y)\left(x+y^2\right)=x^2+\left(y+y^2\right)x+y^3=x^2+y^4x+y^3$$

b) $\mathbf{u}=(7,7,7,7,7)\rightarrow u(x)=7x^4+7x^3+7x^2+7x+7=\left(y^2+y+1\right)x^4+\left(y^2+y+1\right)x^3+\left(y^2+y+1\right)x^2+$

$+\left(y^2+y+1\right)x+\left(y^2+y+1\right)=y^5x^4+y^5x^3+y^5x^2+y^5x+y^5$ 5

$c(x)=g(x)u(x)=\left(x^2+y^4x+y^3\right)\left(y^5x^4+y^5x^3+y^5x^2+y^5x+y^5\right)=$

c) $=y^5x^6+y^2x^5+yx^4+y^5x^5+y^2x^4+yx^3+y^5x^4+y^2x^3+yx^2+y^5x^3+y^2x^2+yx+y^5x^2+y^2x+y=$

$=y^5x^6+y^3x^5+x^4+x^3+x^2+y^4x+y\rightarrow(7,3,1,1,1,6,2)\rightarrow(111,011,001,001,001,110,010)$

Megjegyzés: a vektort fordított sorrendben is elfogadjuk !

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont

5 Adott egy forrás a következő eloszlással:

$p_1 = 0.5,\ p_2 = 0.2,\ p_3 = 0.15,\ p_4 = 0.1,\ p_5 = 0.05$

a) Adja meg a szimbólumokhoz tartozó kódszóhosszakat Shannon-Fano kód esetén (5p)

b) Adja meg, hogy az átlagos kódszóhossz mennyivel nagyobb a forrás entrópiájánál.

a)

$$ld\left(\frac{1}{p_1}\right) = ld(2) = 1,\ ld\left(\frac{1}{p_2}\right) = ld(5) = 2.321,\ ld\left(\frac{1}{p_3}\right) = ld(6.6667) = 2.723,$$

$$ld\left(\frac{1}{p_4}\right) = ld(10) = 3.321,\ ld\left(\frac{1}{p_5}\right) = ld(20) = 4.321$$

$$l_1 = \left\lceil ld\left(\frac{1}{p_1}\right)\right\rceil = 1,\ l_2 = \left\lceil ld\left(\frac{1}{p_2}\right)\right\rceil = 3,\ l_3 = \left\lceil ld\left(\frac{1}{p_3}\right)\right\rceil = 3,$$

$$l_4 = \left\lceil ld\left(\frac{1}{p_4}\right)\right\rceil = 4,\ l_5 = \left\lceil ld\left(\frac{1}{p_5}\right)\right\rceil = 5$$

$$L = \sum_{i=1}^{5} p_i l_i = 0.5 + 0.6 + 0.45 + 0.4 + 0.25 = 2.2$$

b)

$$H(X) = \sum_{i=1}^{5} p_i ld\left(\frac{1}{p_i}\right) = 0.5 + 0.462 + 0{,}40845 + 0{,}3321 + 0{,}2165 = 1.91905$$

azaz a különbség L-H(X)=0.208095

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont