

Emlékeztető

QoS

 $1/\sigma$ P_b

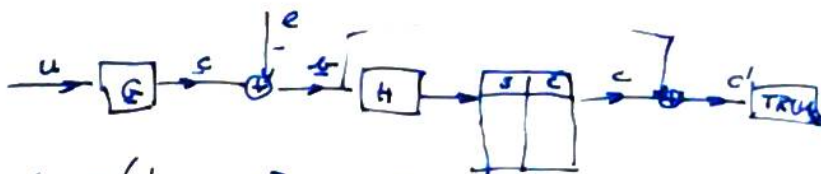
Emlékeztető

B

SUR

$$P_b = \phi_{\text{sur}}(-\sqrt{\text{sur}}) \quad \text{kódolatlan}$$

$$P_b = \phi_{\text{sur}}(-\sqrt{\text{dusur}}) \quad \text{kódolt}$$

 $\uparrow$
KOS
Emlékeztető Bitális Lineáris Kódolás

$$\underline{s} = \begin{pmatrix} 1 & k \\ k & n-k \end{pmatrix} \begin{matrix} B \\ k = u - c \end{matrix}$$

$$\underline{H} = \begin{pmatrix} A & (n-k) \times k \\ (k-k) \times (n-k) \end{pmatrix}$$

$$\underline{H} \cdot \underline{G}^T = 0$$

$$\downarrow$$

$$\underline{A} = -\underline{B}^T$$

$$\text{bitt} \quad \text{mód} \quad \underline{A} = \underline{B}^T$$

Flanking kódok (v egy lista jel.)

$$\underline{s}^w = (0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0) \quad \underline{u} = \underline{c} + \underline{e}$$

$$\underline{H} \underline{u}^T = \underline{s}^T$$

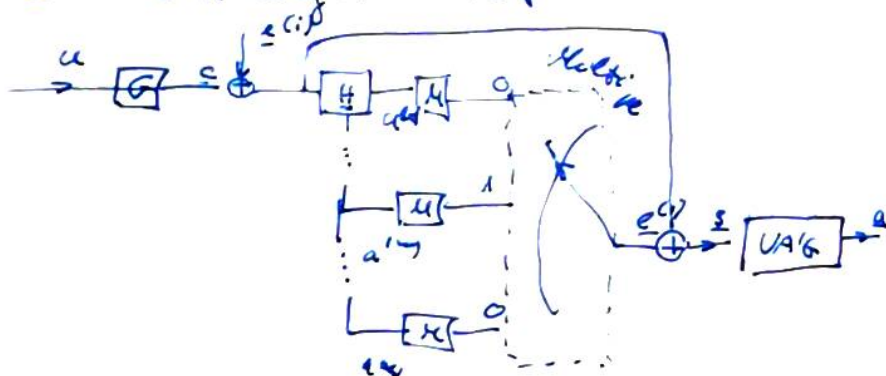
$$\underline{H} \underline{e}^T = \underline{s}^T$$

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ \underline{a}^{(m)} \\ \vdots \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} \vdots \\ \underline{a}^{(w)} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \underline{a}^t \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \underline{t} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

- Feltétel: 1.) $\underline{a}^{(i)} \neq \underline{0}$ $\forall i = 1, \dots, n$ 0-1 kódként használható
 2.) $\underline{a}^{(i)} \neq \underline{a}^{(j)}$ $\forall i, j = 1, \dots, n$ $i \neq j$ 1 kódként egyértelműen

$n+1 = 2^{u-k} \rightarrow$ Hamming k. $\rightarrow$ Perfekt k.

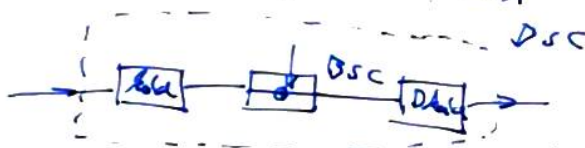
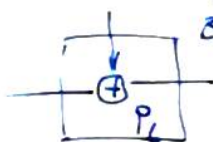
k	u
1	3
4	7
11	15



Példa $(7, 4)$ Hamming-kód

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



Adatok: γ, P_6 $C_H(u, k) \in \{0, 1\}$
 $n-k = ?$

$$P_6 < 10^{-2}$$

$$P(\text{correct}) = (1 - P_6)^n + \underbrace{n P_6 (1 - P_6)^{n-1}}_{\text{0 vagy 1 kódként}} \geq 1 - P_6^n$$

$$C_H(u, k) \quad n+1 = 2^{u-k}$$

$$\alpha_i, \alpha_j, \dots, \alpha_k \in \{0, 1\}$$

Impl: $M \times n$ kódként (L, C)
 $\begin{pmatrix} u \\ z \end{pmatrix}$

Feltétel: 1.) $\underline{a}^{(i)} \neq \underline{0}$ 0-1 kódként

2.) $\underline{a}^{(i)} \neq \underline{a}^{(j)}$ 1 kódként

3.) $\underline{a}^{(i)} + \underline{a}^{(j)} = \underline{a}^{(k)}$ 1-2 kódként

4.) $\underline{a}^{(i)} + \underline{a}^{(j)} = \underline{a}^{(k)} + \underline{a}^{(l)}$ 2 kódként

Bármely k összerakva lineárisan

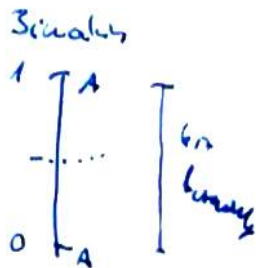
$$\alpha_i \cdot \underline{a}^{(i)} + \alpha_j \cdot \underline{a}^{(j)} + \dots + \alpha_k \cdot \underline{a}^{(k)} \neq \underline{0}$$

Tétel: Ha egy (n, k) kód t db. hibát javítóvala képes,
 akkor H k bítű, $2-t$ db. ortogonális lineáris függvény.

q -aris

$$\underline{u}, \underline{c}, \underline{w}, \underline{e} \in \{0, \dots, q-1\}$$

Tétel:



Következtetés

- 1.) $\neq 0$ lehet, a megfigyelhető
- 2.) lineáris $\neq$ minél több $\rightarrow$ világos tétel
 költ helyes $\rightarrow$ Galois Field

Galois tétel

$$GF(q) = \{0, 1, \dots, q-1\}$$

!!!

- (1.) $\alpha, \beta \in GF(q) \quad \alpha + \beta \in GF(q)$
- (2.) $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$
- (3.) $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
- (4.) $\exists 0 \quad \alpha + 0 = \alpha$
- (5.) $\forall \alpha \in GF(q) \quad \exists \beta: \alpha + \beta = 0$
 $\alpha + \beta = 0 \quad \alpha = -\beta$ additív
 inv.

- '4'
- (1.) tot
 - (2.) associativ
 - (3.) kommutativ
 - (4.) invers
 - (5.) distributiv

+ Distributiv

Beispiel: modulo 7 arithmetika
 $\mathbb{Z} \in \{0, \dots, q-1\}$

'1' $a + p = u \cdot q + p \mod q = p$ OK

'4' $a \cdot b = u'q + p' \mod q = p'$ oder $\{q \text{ teilt } a\}$

$GF(5)$ $2^{-1} = 3$ $2 + 3 \mod 5 = 0$

$GF(7)$ $3^{-1} = 5$ $3 \cdot 5 \mod 7 = 1$

$GF(7)$ $5 \cdot 6 = 3$

Multiplikationstabelle

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	1	3	5	7
3	3	6	5	2	7	4	1
4	4	1	2	3	7	6	5
5	5	3	7	7	2	1	4
6	6	5	4	6	1	3	2
7	7	7	1	5	4	2	3

$3^2 = 9 \mod 7 = 2$
 $3^3 = 2 \cdot 3 \mod 7 = 6$
 $3^4 = 3 \cdot 3^2 \mod 7 = 3 \cdot 2 = 6$

Katolytus kutura cica megoldása?

$$\rightarrow \gamma = 5 \quad (P_{hiba} < 10^{-5})$$

$$L(3, 1)$$

^

legkevesebb 16 bit kóddal
vagy 3 biten láthatóan?

$$P(e > 0) = 0,0297 \quad (\text{erősen feladható} \rightarrow \text{3 biten})$$

$$P(e \leq 1) = (1 - P_c^3) + \binom{3}{1} p_c \cdot (1 - P_c)^2 = 0,997$$

↓
0 hiba

↓
1 hiba

$$P(e > 1) = 1 - P(e \leq 1) > 10^{-5}$$

!!
↓
3 biten illeget láthatóan
tervezni