Info Code

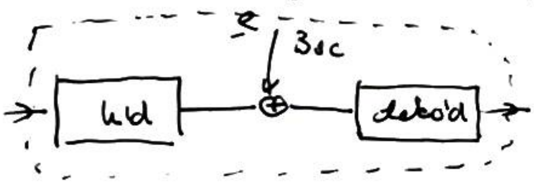
ELŐADÁS 2.

Emlékeztető: megbízható kommunikáció

megbízhatatlan csatornán

P_0 nagy

BSC' $\hookrightarrow$ QoS $P(\text{hiba}) < 10^{-\gamma}$



$$P(w(e)) = k^i (1-P_0)^n \sim O(\exp(w(e)))$$

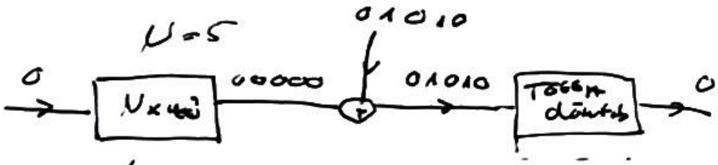
$$\hookrightarrow \frac{P_b}{1-P_0} < 1$$

t hiba

$$P(\text{hiba}) = \sum_{i=t+1}^{n} k^i (1-P_b)^n < 10^{-\gamma}$$

tervezés: $\gamma, P_b \longrightarrow t$

TÖBBSZÖRÖZŐ / ISMÉTLÉSES KÓDOLÁS



$$\sum_{i=\frac{N+1}{2}}^{N} \binom{N}{i} \underbrace{\left(\frac{P_b}{1-P_b}\right)^i}_{=k^i} (1-P_b)^N$$

N szavazó

$$P(\text{hiba}) = \sum_{i=\frac{N+1}{2}}^{N} \binom{N}{i} P_b^i (1-P_b)^{N-i} < 10^{-\gamma}$$

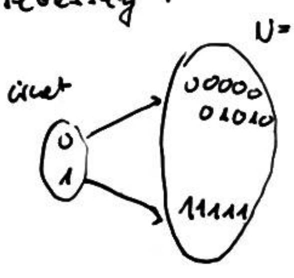
$P_b, \gamma \to N$

QoS $\to P(\text{hiba}) < 10^{-\gamma}$

$\searrow$ adatátviteli sebesség $\uparrow$

2^5 elem (32) $\to$ 2 értelmes

Geometriai interpretáció



hibajelzés:

ha nem a kódszó eleme

hibajavítás:

$\underline{c}' : \min_{\underline{c}} d(\underline{c}, \underline{v})$

Informace: $u \in \{0,1\}^k$ $u=(u_1,\dots,u_k)$ dim$(S)=k$

Kód: $C=\{c_1,\dots,c_M\}$ $M=2^k$ dim$(C)=n$ $n\ge k$

$\frac{k}{n}$

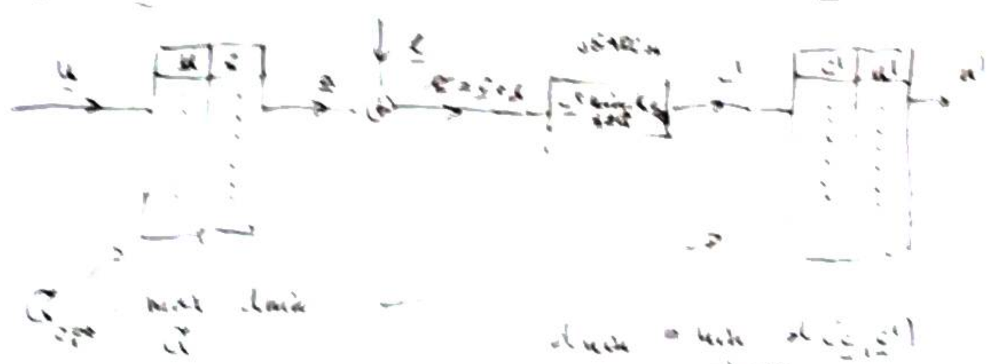
$n-k$

Kódování $\varphi:\{0,1\}^k\to C$, $\varphi(u)=c$

Dekódování $\psi:\{0,1\}^n\to C$, $\psi(y)=c$

$\varphi^{-1}: C\to\{0,1\}^k$, $\varphi^{-1}(c)=u$

Algoritmus:



Výpočet

OFF-LINE: $\binom{2^n}{2^k}\binom{2^k}{k}$ ~ 1000 ...

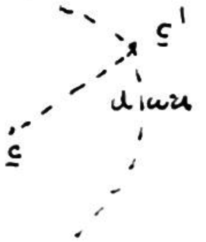
ON-LINE: $k\cdot 2^k(n+k)+2^k$ ~ $S\cdot O(2^k)$

exponenciální komplexita

potřebujeme lepší kódy

C_{opt} : $\max\limits_{C} d_{min}$ $\qquad d_{min} = \min\limits_{\substack{\underline{c},\underline{c}' \in C \\ c \neq c'}} d(\underline{c},\underline{c}')$

Hibajelentés



$d_{min} = 1$

Helyes döntés

$$d(\underline{c},\underline{v}) < d(\underline{c}',\underline{v}) \quad \forall c' \in C \quad \underline{c}' \neq \underline{c}$$

Metrikus függvény

$$d(\underline{c},\underline{c}') \leq d(\underline{c},\underline{v}) + d(\underline{c}',\underline{v})$$

$$d(\underline{c},\underline{c}') - d(\underline{c},\underline{v}) \leq d(\underline{c}',\underline{v})$$

$$d(\underline{c},\underline{v}) < d(\underline{c},\underline{c}') - d(\underline{c},\underline{v})$$

$$2d(\underline{c},\underline{v}) < d(\underline{c},\underline{c}')$$

$$2d(\underline{c},\underline{v}) \leq d(\underline{c},\underline{c}') - 1$$

$$t = \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor$$

Singleton korlát

$$\boxed{d_{min} \leq n - k + 1}$$

Biz.: szisztematikus kód

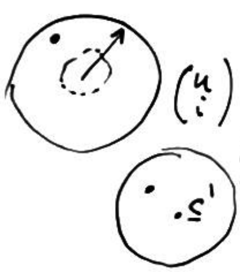
$$\underline{c} = (\underbrace{u_1, \dots, u_k}_{\substack{\text{üzenet} \\ \text{szegmens} \\ 1}} \; \underbrace{p_1, \dots, p_{n-k}}_{\substack{\text{paritás} \\ \text{szegmens} \\ n-k}}) \qquad d_{min} = n-k+1$$

$$\underline{c}' = (u_1', u_2' \dots u_k' \; p_1' \dots, p_{n-k}')$$

Maximum Distance Separable (MDS kód)

Hamming korlát

$$\sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} \leq 2^{n-k} \qquad \sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} = 2^{n-k} \text{ perfect-kód}$$



$\binom{n}{i}$

$\sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i}$

$$2^k \sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} \leq 2^n$$