

A digitális adatátvitel minőségének javítása
hibajavító kódolással– „communication
engineerig”

A feladat

Adott egy rádiócsatorna $\text{SNR} = 4.25\text{dB}$ -el, amin adott minőségű átvitelt kell megvalósítani. Az átvitelt BPSK modulációval végezzük és a QoS paraméter „Error rate $< 2 \cdot 10^{-4}$ ”.

A cél egy olyan hibajavító kód implementálása, amely eléri ezt a QoS-t. Egyúttal hasonlítsuk össze a kódolt rendszer spektrális kihasználtságát a kódolatlanlannal !

Megoldás:

Adott :

1. $\text{SNR}^{\text{dB}} = 4.25\text{dB}$
2. QoS (error rate): $\sim 2 \cdot 10^{-4}$

Megoldás (folyt.)

A hibavalószínűség a következőképpen számítható:

$$P_b = \Phi\left(-\sqrt{SNR}\right)$$

Behelyettesítve az $SNR=4.25 \text{ dB} = 2.66$, a következő hibavalószínűség adódik ~ 0.0514 .

Megoldás Reed-Solomon kóddal

$$P_b \approx \Phi\left(-\sqrt{\frac{d_{\min} A^2}{N_0}}\right) = \Phi\left(-\sqrt{d_{\min} \text{SNR}}\right) \leq 2 * 10^{-4} \quad d_{\min} = 5$$

d_min	SNR	SNR[dB]	P_bit error
1	2.6607	4.2500	0.0514
2	5.3214	7.2603	0.0105
3	7.9821	9.0212	0.0024
4	10.6428	10.2706	5.5250e-004
5	13.3035	11.2397	1.3246e-004
6	15.9642	12.0315	3.2276e-005
7	18.6249	12.7009	7.9564e-006
8	21.2856	13.2809	1.9785e-006
9	23.9463	13.7924	4.9530e-007
11	26.6070	14.2500	1.2467e-007

Az RS kód paraméterei

$$d_{\min} = n - k + 1 = 5; \quad n = 2^m - 1;$$

Iterációval

$$n = 7; \quad k = 3; \quad m = 3$$

Hatványtábla

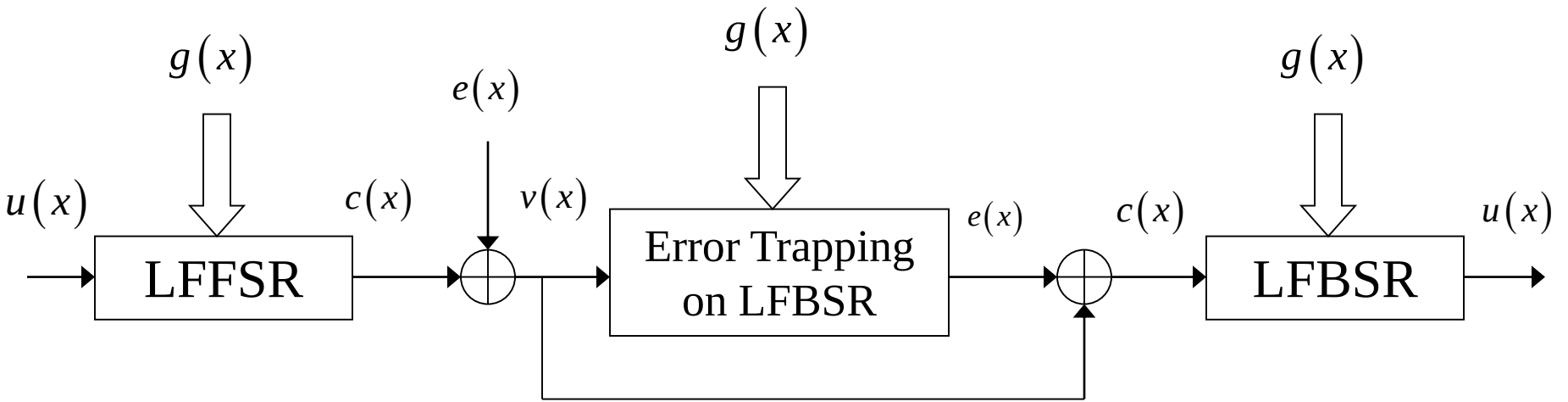
1	1	7	14	21
y	y	8	15	22
y^2	y^2	9	16	23
$y+1$	y^3	10	17	24
y^2+y	y^4	11	18	25
y^2+y+1	y^5	12	19	26
y^2+1	y^6	13	20	27

Kódkonstrukció

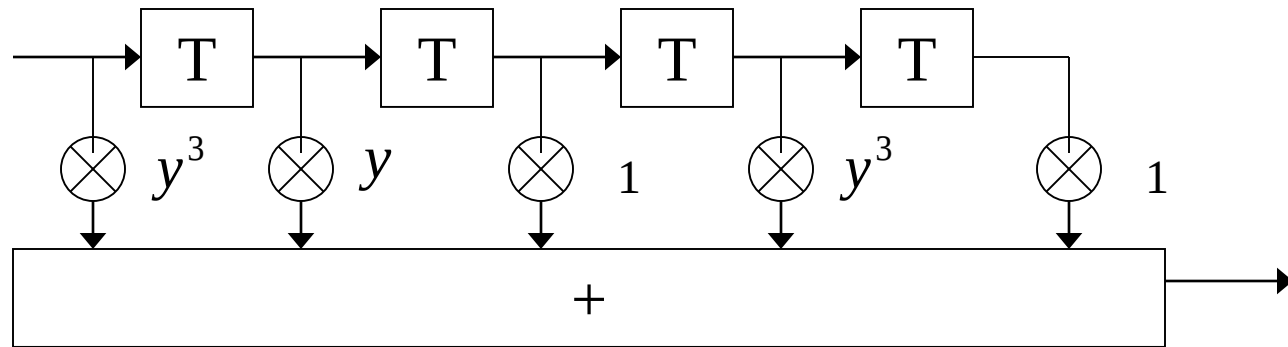
A generátor polinom

$$\begin{aligned} g(x) &= \prod_{i=1}^{n-k} (x - y^i) = (x + y)(x + y^2)(x + y^3)(x + y^4) = \\ &= (x^2 + y^4x + y^3)(x^2 + y^6x + 1) = \\ &= x^4 + y^6x^3 + x^2 + y^4x^3 + y^3x^2 + y^4x + y^3x^2 + y^2x + y^3 = \\ &= x^4 + y^3x^3 + x^2 + yx + y^3 \end{aligned}$$

A teljes kódolási séma

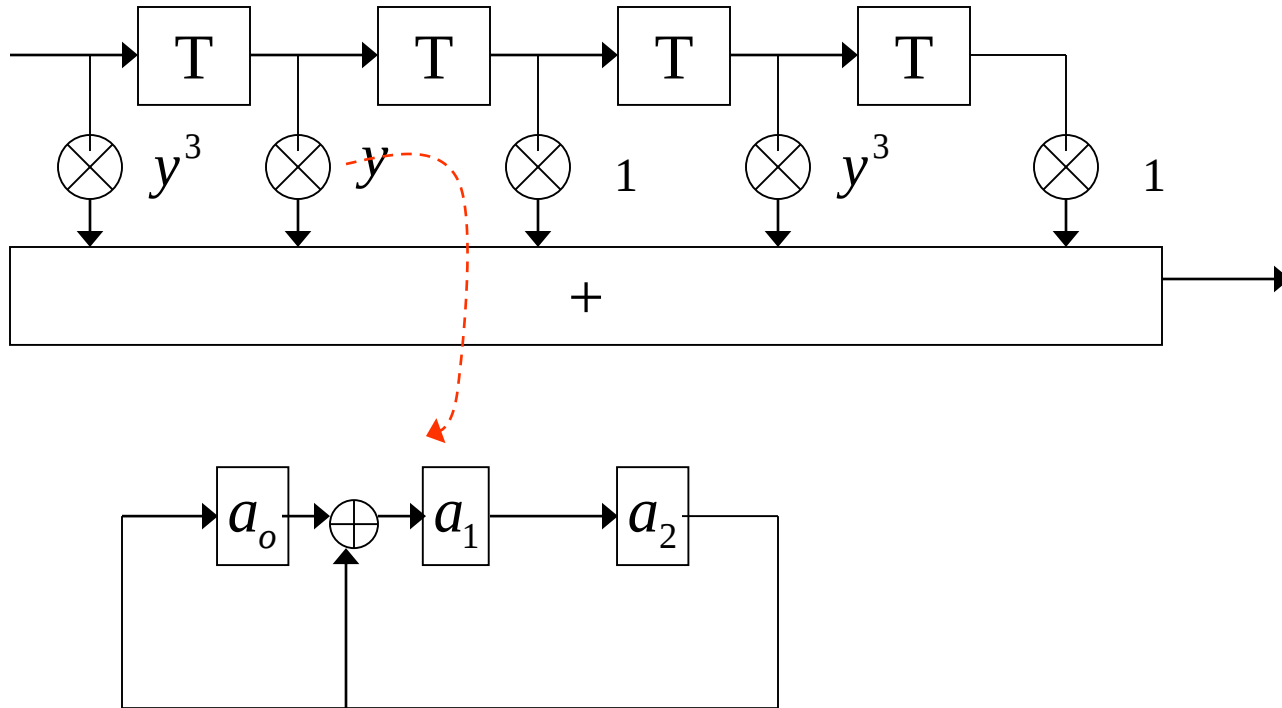


$$g(x) = x^4 + y^3x^3 + x^2 + yx + y^3$$



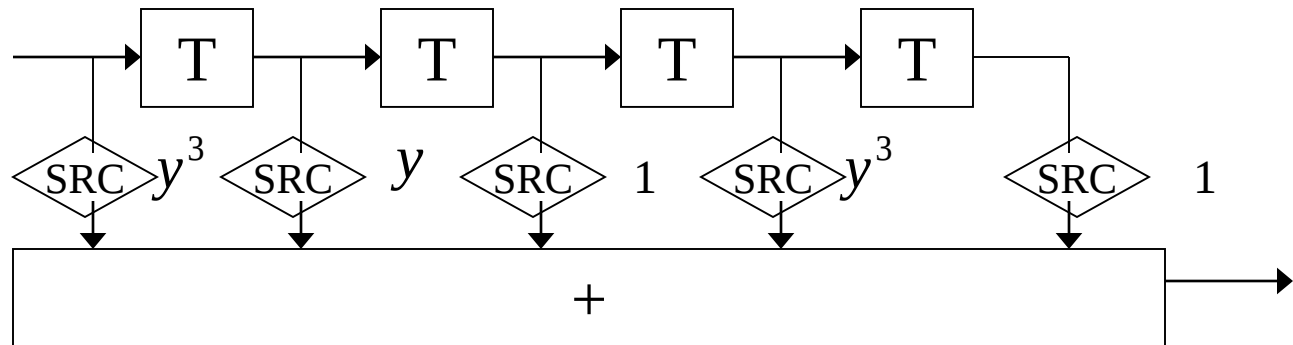
SR implementáció

$$g(x) = x^4 + y^3 x^3 + x^2 + yx + y^3$$

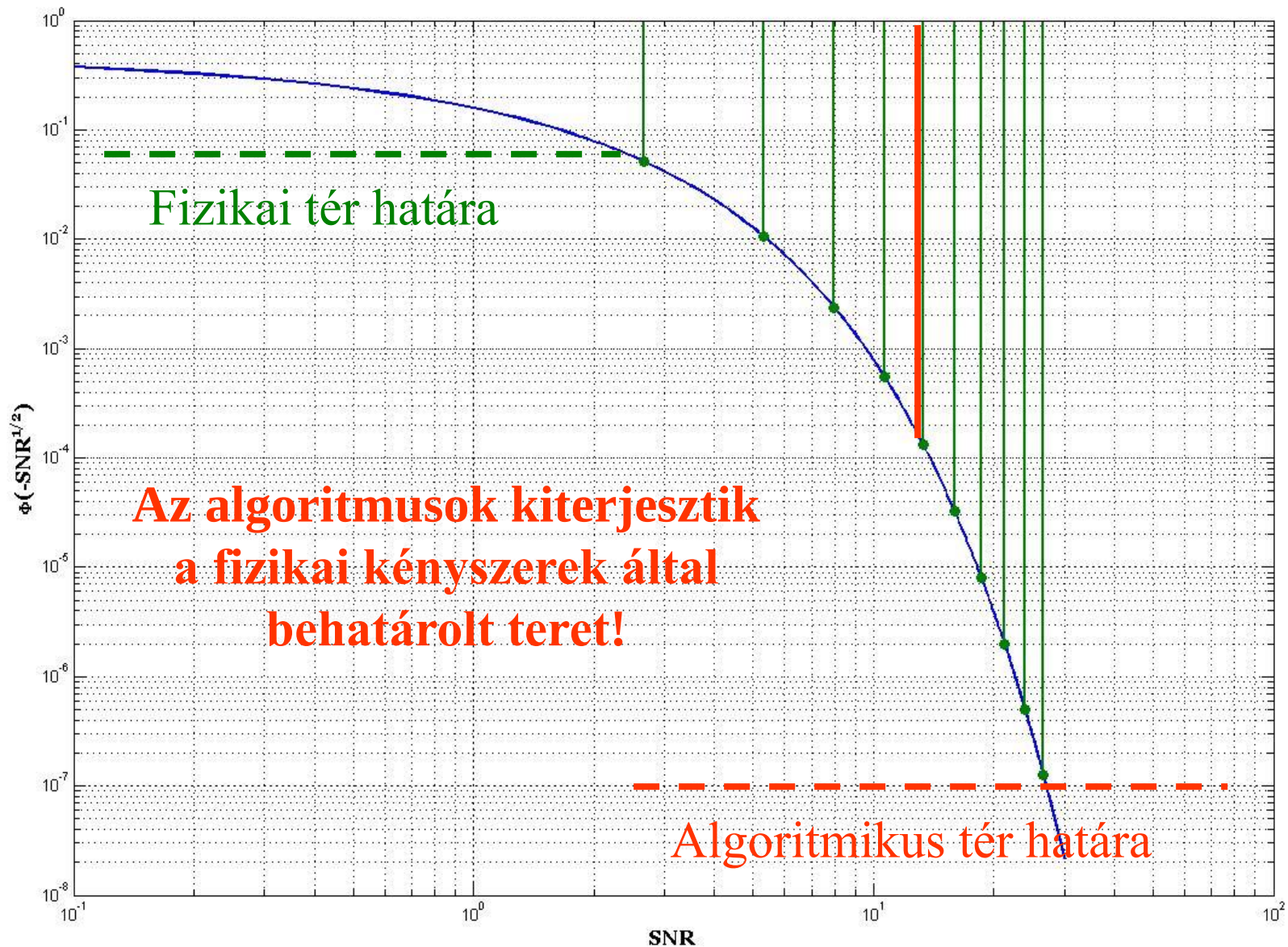


SR implementáció

$$g(x) = x^4 + y^3 x^3 + x^2 + yx + y^3$$



VLSI implementáció nehézkes !.....?



Vezeték nélküli kommunikációs technológiák

Radiospektrum drága $\longrightarrow$ Magas csatornakihasználtság
szükséges

Spektrális kihaszn. [bit/sec/Hz]: mekkora sávszélesség
szükséges egy adott adatátviteli sebességhez ?

Jelenleg $SE=0.48$ bit/sec/Hz szemben az elméleti 5bit/sec/Hz

Nagysebességű szolgáltatások drágák !!!

MENNYIRE NÖVELHETŐ AZ **SE** KÓDOLÁSSAL ??

Az SE javítása kódolással

$SE = C/B$ ahol C a csatornakapacitás

$$C = 1 - (1 - P_b) \log_2 \frac{1}{1 - P_b} - P_b \log_2 \frac{1}{P_b}$$

(B) a sávszélesség, BPSK moduláció esetén

$$B \cong 1.5 \cdot R_{bit}$$

R az adatátviteli sebesség.

Behelyettesítve a P_b kapott értékét

$$\left. \begin{array}{l} C = 0.531 \cdot R_{bit} \\ B \cong 1.5 \cdot R_{bit} \end{array} \right\} \Rightarrow SE = \frac{C}{B} = 0.354 \frac{bit}{s \cdot Hz}$$
$$\left. \begin{array}{l} C_{ekv} = 0.99996 \cdot R_{bit} \\ B \cong 1.5 \cdot R_{bit} \end{array} \right\} \Rightarrow SE_{ekv} = \frac{C_{ekv}}{B} = 0.667 \frac{bit}{s \cdot Hz}$$

A sávszélesség kihasználás javulása

$$\left. \begin{array}{l} C = 0.531 \cdot R_{bit} \\ B \cong 1.5 \cdot R_{bit} \end{array} \right\} \Rightarrow SE = \frac{C}{B} = 0.354 \frac{bit}{s \cdot Hz}$$
$$\left. \begin{array}{l} C_{ekv} = 0.99996 \cdot R_{bit} \\ B \cong 1.5 \cdot R_{bit} \end{array} \right\} \Rightarrow SE_{ekv} = \frac{C_{ekv}}{B} = 0.667 \frac{bit}{s \cdot Hz}$$

Ha a szolgáltató egy új 1 Mbps sebességű adatátviteli szolgáltatást akar bevezetni, akkor

$B = 2.825$ MHz kódolás nélkül

$B = 1.5$ MHz kódolással

Majdnem fele akkora sávszélesség kell – HATALMAS JAVULÁS!!!

ALGORITMUSOK (emberi elme) KÉPES AZ ERŐFORRÁSOK PÓTLÁSÁRA!!!

Szabványos ciklikus kódok MAC alrétegben

ARQ = Automatic Repeat reQuest CRC = Cyclic Redundancy Check

CCITT 16 bit-es kód $g(x) = x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$

INTEL 82586 (Local communication controller)

$$g(x) = x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$$

Ethernet chip

$$g(x) = x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$$

További témák

- Peterson-Gorenstein-Zierler algoritmus (RS kód detekciója)
- Törléses kódok (hiba pozíciója ismert)
- Burst hibák javítása (interleaving)
- $GF(2)$ minimálpolinomok, a Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH kód)