

Játékelmélet és hálózati alkalmazásai 2016 Zh

1. Van-e az alábbi mátrix formában adott játékban Nash-egyensúly? Egyértelmű-e? Miért? (3p)

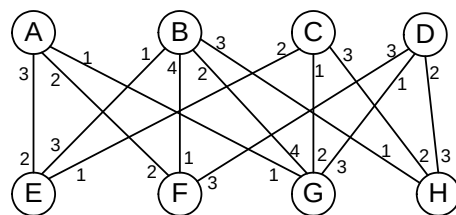
		2. játékos		
		B	K	J
1. játékos	F	(2,4)	(1,1)	(3,3)
	L	(3,3)	(5,2)	(2,1)

MO: Igen: (B,L), egyértelmű, mert iteratív kiküszöböléssel elérhető. (P2 kihúzza J-t és K-t, mert B mindig jobb. P1 kihúzza F-et)

2. Házallokációs probléma esetén mit nevezünk népszerű elosztásnak (1p)?

MO: A házak egy **a** újraelosztását **népszerűnek** mondjuk, ha nincs olyan **a'** elosztás, amelyet több tulajdonos részesít előnyben mint **a**-t.

3. Alkalmazza A Gale-Shapley féle késleltetett elfogadási algoritmus 2 verzióját (lánykérő illetve fiúkérő algoritmus) az alábbi problémára (a felső sor a fiúk sora): (3p)



MO - lánykérés:

- 1: $A \rightarrow G, B \rightarrow E, C \rightarrow G, D \rightarrow G$
- 2: $A \rightarrow G, B \rightarrow E, C \rightarrow E, D \rightarrow H$
- 3: $A \rightarrow G, B \rightarrow G, C \rightarrow E, D \rightarrow H$
- 4: $A \rightarrow G, B \rightarrow H, C \rightarrow E, D \rightarrow H$
- 5: $A \rightarrow G, B \rightarrow H, C \rightarrow E, D \rightarrow F$

MO - fiúkérés:

- 1: $E \rightarrow C, F \rightarrow B, G \rightarrow A, H \rightarrow B$
- 2: $E \rightarrow C, F \rightarrow A, G \rightarrow A, H \rightarrow B$
- 3: $E \rightarrow C, F \rightarrow D, G \rightarrow A, H \rightarrow B$

4. Legyen egy 3 játékosból álló kooperatív játékra

$$v(i) = 1 \quad \forall i \quad v(\{1, 2\}) = 2 \quad v(\{1, 3\}) = 4 \quad v(\{2, 3\}) = 3 \quad v(\{1, 2, 3\}) = 5$$

- Mag beli-e az $x = [1, 2, 2]$ elosztás? (1p)
- Konvex-e a játék? Miért? (1p)
- Szuperadditív-e a játék? Miért? (1p)
- Üres-e a mag a játék esetén? (2p)

MO:

- Nem ($\{1, 3\}$ blokkolja)
- Nem (Nem mert $(S = \{1, 3\}, T = \{2, 3\})$ -ra:
 $v(S) + v(T) = 4 + 3 > v(S \cup T) + v(S \cap T) = 5 + 1$)
- Igen (def).
- Nem (pl $x = [1, 1, 3]$).

5. Mi a nukleólusz előnye illetve hátránya a Shapley-értékkel szemben (1p)?

MO: Mindig a magban van, viszont általánosságban nehezebben számolható.

6. Tekintsük következő PFF játékot Legyen

Partition	Values
$\{1\}, \{2\}, \{3\}$	3,1,0
$\{1,2\}, \{3\}$	2,2
$\{1,3\}, \{2\}$	1,2
$\{1\}, \{2,3\}$	1,2
$\{1,2,3\}$	5

Írja fel a (pesszimista rekurzív mag alapú) minimal claim function értékét a 3 singleton játékosra (2p)!

MO:

Coalition	Value
$\{1\}$	1
$\{2\}$	1
$\{3\}$	0

7. Legyen adott a következő költségjáték:

$c(A)$	8
$c(B)$	5
$c(C)$	7
$c(\{AB\})$	9
$c(\{AC\})$	11
$c(\{BC\})$	11
$c(\{ABC\})$	13

Határozza meg a játékosok Shapley-értékét (3p)!

MO: A játékosok $3! = 6$ féle sorrendben érkezhetnek.

Sorrend	m_A	m_B	m_C
ABC	8	1	4
ACB	8	2	3
BAC	4	5	4
BCA	2	5	6
CAB	4	2	7
CBA	2	4	7
	4.667	3.1667	5.167

8. Legyen 4 megye lakossága rendre $p_1 = 290$, $p_2 = 450$, $p_3 = 630$, $p_4 = 370$ fő, és legyen az ország parlamentje 10 fős. Ossza fel a 10 képviselői helyet a megyék közt a Hamilton módszer szerint (1p), illetve a D'Hondt módszer szerint (1p)!

MO: $A = (290 + 450 + 630 + 370) / 10 = 174$ Hamilton:

Arány	Előzetes k.	Eredmény
$\frac{p_1}{A} = 1.6667$	1	2
$\frac{p_2}{A} = 2.5862$	2	2
$\frac{p_3}{A} = 3.6207$	3	4
$\frac{p_4}{A} = 2.1264$	1	2

D'Hondt:

a:	(1,1,1,1)	(1,1,2,1)	(1,2,2,1)	(1,2,3,1)	(1,2,3,2)	(1,2,4,2)	(1,3,4,2)
$\frac{p_1}{a_1+1}$	145	145	145	145	145	145	
$\frac{p_2}{a_1+1}$	225	225	150	150	150	150	
$\frac{p_3}{a_1+1}$	315	210	210	157	157	126	
$\frac{p_4}{a_1+1}$	185	185	185	185	123.33	123.33	