Név/Kód: GALAMBOS MIHÁLY | P | U | N | F | Q | B |

Beugró	1. feladat	2. feladat	Szumma	Jegy	Évközi Zh jegy	Évközi kisZh átlag	Előadás hiányzás
OK	50p/ 30	50p/ 50	100p/ 82	5	3	4,25	1

A beugró feladatok hibátlan megoldása esetén javítjuk a dolgozat többi részét!
Minden feladatot külön <u>lapra</u> kell kidolgozni, amelyek mindegyikén szerepeljen a név!
Az oldalakat számozza meg, és beadás előtt rendezze sorrendbe!

Beugró feladatok)

– Helyes-e a következő állítás: egy kauzális diszkrét időfüggvény (belépő függvény) Z transzformáltjának konvergenciarégiója a Z sík egy körén kívüli tartománya. Indokolja válaszát!

IGAZ, A LEGNAGYOBB PÓLUS (ABSZOLÚTÉRTÉKŰ) KÍVÜLI TARTOMÁNY.

$\max |p_i| <$

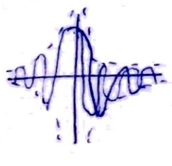
– Helyes-e a következő állítás: a Wiener szűrő együtthatóinak optimális beállításához egy harmadrendű formát kell minimalizálni. Indokolja válaszát!

HAMIS, AZ OPTIMÁLIS BEÁLLÍTÁSHOZ MÁSODRENDŰ FORMÁT KELL MINIMALIZÁLNI.

– Helyes-e a következő állítás: egy ideális aluláteresztő szűrő nem stabil. Indokolja válaszát!

HAMIS, IDEÁLIS ALULÁTERESZTŐ STABIL, DE NEM MEGVALÓSÍTHATÓ.

IMPULZUS VÁLASZA VÉGTELEN TARTÓJÚ $\frac{w_c}{\pi} \cdot \frac{\sin(w_c n)}{w_c n}$



↳ BÁRMILYEN JELET ÖSSZEKONVOLVÁLVA VELE VÉGTELEN TARTÓJÚ LESZ

1) Adott egy kauzális, $H(z) = \dfrac{z-1}{z+0.5}$ átviteli függvényű IIR szűrő.

a) Rajzolja le a szűrő pólus-zérus diagramját! BIBO stabil-e a rendszer? *(5p)*

b) Adja meg a szűrő $H\left(\dfrac{2\pi}{N}k\right)$ mintavett átviteli karakterisztikáját k=0,1,2,3 esetén (N=4)! *(10p)*

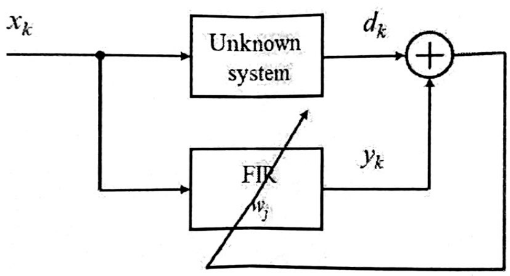
c) Rajzolja le a szűrő amplitúdó karakterisztikáját léptékhelyesen $[-2\pi;2\pi]$ között a relatív frekvenciatartományon! Milyen jellegű ez a szűrő? *(5p)*

d) Adja meg ennek az IIR szűrőnek a $h(n)$ impulzusválaszát! Adja meg az impulzusválasz értékét n=0,1,2,3 esetén)! *(10p)*

e) A $H(k)$ mintavett átviteli karakterisztikából IDFT segítségével adja meg egy közelítő FIR szűrő $h'(n)$ impulzusválaszát! *(10p)*

f) Tervezzen J=3 fokszámú FIR szűrőt ablakolással! Adja meg a $[\pi/4,\pi]$ relatív frekvenciatartományon ideális felüláteresztő szűrő derékszögű ablakfüggvénnyel vett közelítésének az impulzusválasz függvényét! *(10p)*

2) A feladat egy ismeretlen rendszer identifikációja az alábbi struktúra szerint:



a) Adja meg a $\mathbf{w}_{opt}$ optimális szűrőegyüttható vektort (j=0,1) esetén, ha az ismeretlen rendszer megfigyelése alapján $E\{d_k^2\}=1$ $E\{d_k x_k\}=0.64$, $E\{d_k x_{k-1}\}=0.55$, illetve $E\{x_k^2\}=1$, $E\{x_k x_{k-1}\}=0.7$! *(10p)*

b) Adja meg $\mathbf{w}_{opt}$ esetén az MMSE minimális négyzetes hibát! *(10p)*

c) Adja meg a szűrő átviteli függvényét és annak RoC-ját! Rajzolja le a pólus-zérus diagramot! *(10p)*

d) Adja meg FFT alkalmazásával és ábrázolja a relatív frekvenciatartományon a $\mathbf{w}_{opt}$ optimális szűrőegyütthatójú szűrő $|H(k)|$ mintavett amplitúdó karakterisztikáját (N=4)! Milyen jellegű ez a szűrő? *(10p)*

e) Rajzolja le a rendszer blokkdiagramját! *(10p)*

Ha nincs kéznél számológép:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1.25}} \approx 1.265,\quad -\frac{\sqrt{2}}{2\pi} \approx -0.225,\quad 0.7 \cdot 0.64 = 0.448$$

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39	*40-53*	*54-67*	*68-81*	*82-100*

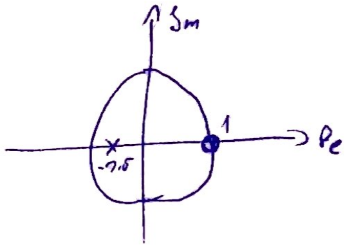
GALAMBOS MIHÁLY

OLNFQB

(1)

$$H(z) = \frac{z-1}{z+0,5} \qquad \begin{matrix} \to z = 1 \\ \to p = -0,5 \end{matrix}$$

a,



A RENDSZER STABIL, MIVEL $|-0,5| < 1$

5/5

b, $k = 0,1,2,3$ $\qquad N = 4$

$$H\left(\frac{2\pi}{4}k\right) = H\left(\frac{\pi}{2}k\right) = \frac{\frac{1}{2}k - 1}{\frac{1}{2}k + 0,5}$$

$$\cancel{H(k) = \left[-2,\ -\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{4}\right]}$$

$$\cancel{H(0) = \frac{-1}{0,5} = -2}$$

$$\cancel{H(1) = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+0,5} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}}$$

$$\cancel{H(2) = \frac{1-1}{1-0,5} = \frac{0}{-0,5} = 0}$$

$$\cancel{H(3) = \frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{3}{2}+0,5} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}}$$

MIVEL BIBO STABIL

$$H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{e^{j\omega}-1}{e^{j\omega}+0,5}\Bigg|_{\omega = \frac{2\pi}{4}k = \frac{\pi k}{2}} = \frac{e^{j\frac{\pi k}{2}}-1}{e^{j\frac{\pi k}{2}}+0,5} = H(k)$$

$$H(0) = \frac{1-1}{1+0,5} = \frac{0}{1,5} = 0$$

$$H(1) = \frac{e^{j\frac{\pi}{2}}-1}{e^{j\frac{\pi}{2}}+0,5} = \frac{\cancel{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} + j\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1}{\cancel{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} + j\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0,5} = \frac{-1+j}{0,5+j}$$

$$H(2) = \frac{e^{j\pi}-1}{e^{j\pi}+0,5} = \frac{-1-1}{-1+0,5} = \frac{-2}{0,5} = -4$$

$$H(3) = \frac{e^{j\frac{3\pi}{2}}-1}{e^{j\frac{3\pi}{2}}+0,5} = \frac{\cancel{\cos\frac{3\pi}{2}} + j\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - 1}{\cancel{\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)} + j\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + 0,5} = \frac{-1-j}{0,5-j}$$

$$H(k) = \left[0;\ \frac{-1+j}{0,5+j},\ -4;\ \frac{-1-j}{0,5-j}\right]$$

10/10

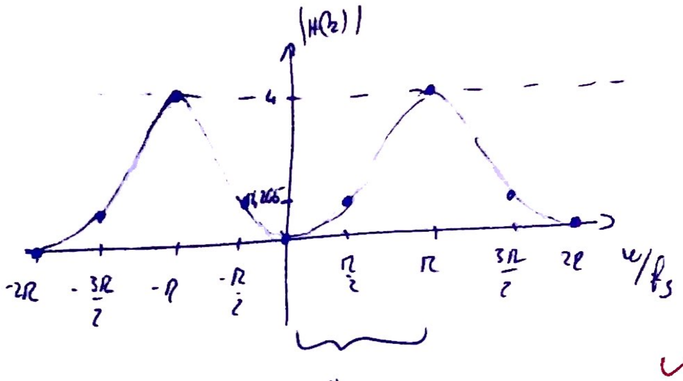
$$|H(0)| = \frac{0}{1,5} = 0$$

$$\left|H\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+0,5^2}} = 1,265$$

$$|H(\pi)| = \frac{2}{0,5} = 4$$

$$\left|H\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right| = 1,265$$

c,



FELÜL ÁTERESZTŐ

5/5

d, $H(k) = \left[0 \; ; \; \frac{-1+j}{0,5+j} \; ; \; -4 \; ; \; \frac{-1-j}{0,5-j} \right]$

$\frac{-1+j}{0,5+j} = 0,4-1,2j$; $\frac{-1-j}{0,5-j} = 0,4+1,2j$

0/10 $h(n) = ?$

ITT EGY INVERZ Z TRAFÓT KELL CSINÁLNI MAJD BEHELYETTESÍTENI $n = 0,1,2,3$

$h(n) = Z^{-1}\{H(z)\}$

$h(n) = Z^{-1}\left\{\frac{z-1}{z+0,5}\right\} =$

$= Z^{-1}\left\{\frac{z}{z+0,5} - z^{-1}\frac{z}{z+0,5}\right\} =$

$= u(n)\cdot 0,5^n - u(n-1)\cdot 0,5^n$

e, UTÓLAGOS JAVÍTÁS

4 PONTOS IDFT

$$h(n) = \frac{1}{4}\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & 1 & j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0,4-1,2j \\ -4 \\ 0,4+1,2j \end{bmatrix}}_{} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -\frac{16}{5}+i \\ \frac{27}{5} \\ -\frac{24}{5}-i \\ -\frac{27}{5} \end{bmatrix}$$

valami itt nagyon nem jó. $h(n)$ valós!!

2/10

EDDIG JÓ, A SZORZÁST VÉGEZTEM EL ROSSZUL

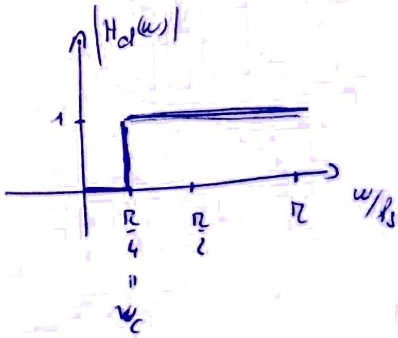
$$= \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -\frac{16}{5} \\ \frac{8}{5} \\ -\frac{24}{5} \\ -\frac{8}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,8 \\ 0,4 \\ -1,2 \\ -0,4 \end{bmatrix}$$ EZ A HELYES MEGOLDÁS SZERINTEM

f, $\boxed{J=3}$ FIR → ABLAKOLÁS $[\pi/4, \pi]$ FELÜL ÁTERESZTŐ → $\omega_c = \frac{\pi}{4}$

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\omega)\, e^{j\omega n}\, d\omega = \left.\frac{-\sin(\omega_c n)}{\pi n}\right|_{\omega_c = \frac{\pi}{4}} = \boxed{\frac{-\sin(\frac{\pi}{4} n)}{\pi n}}$$

~~$h_d(0) = \frac{-\sin(0)}{0} = \frac{0}{0} \overset{L.H}{=} \frac{\frac{\pi}{4}}{\pi}$~~

~~$h_d(1) = h_d(-1)$~~



$$h_d(0) = \frac{-\sin(0)}{0} = \frac{0}{0} \overset{L.H}{=} \frac{-\frac{\pi}{4}\cos(0)}{\pi} = -\frac{1}{4} = -0,25$$

$$h_d(1) = h_d(-1) = \frac{-\sin(\frac{\pi}{4})}{\pi} = -0,2250$$

ELTOLÁS ⇒ $h = [-0,2251 \; ; \; -0,25 \; , -0,2251]$

10/10

GALAMBOS MIHÁLY
PLKFQB

1 ②

a, $\underline{w}_{opt} = ?$ $\qquad \mu = 0,1$

$E\{d_k x_k\} = 0,64$

$E\{d_k x_{k-1}\} = 0,55$

$\cancel{\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} 0,64 & 0,55 \\ 0,55 & 0,64 \end{bmatrix}}$ $\qquad \underline{r} = \begin{bmatrix} 0,64 \\ 0,55 \end{bmatrix}$

$E\{y_k^2\} = 1$

$E\{y_k y_{k-1}\} = 0,7$

$\cancel{\underline{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,7 \end{bmatrix}}$ $\qquad \underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} 1 & 0,7 \\ 0,7 & 1 \end{bmatrix}$ /

BOCSÁNAT A CSÚNYA ÍRÁSÉRT, AZ ELEJÉN ROSSZUL VETTEM FEL A MÁTRIXOKAT, ~~ÉRRE~~ ÚJRA KELLETT ÍRNOM!

$\underline{\underline{R}}\, \underline{w}_{opt} = \underline{r}$

$\cancel{\begin{bmatrix} 0,64 & 0,55 \\ 0,55 & 0,64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,7 \end{bmatrix}} \Rightarrow$

~~$0,64\, w_0 + 0,55\, w_1 = 1$~~

~~$0,55\, w_0 + 0,64\, w_1 = 0,7$~~

~~$w_0 = 2,381$~~

~~$w_1 = -0,952$~~

~~$\underline{w}_{opt} = \left[\frac{50}{21} ; -\frac{20}{21}\right]$~~

$$\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 0,7 \\ 0,7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,64 \\ 0,55 \end{bmatrix} \quad \hookrightarrow \underline{w}_{opt} = \left[\frac{1}{2} , \frac{1}{5}\right]}$$

/ 10/10

b, $MMSE(\underline{w}_{opt}) = E(d_k^2) - \underline{w}_{opt}^T \cdot \underline{r} = 1 - \cancel{\begin{bmatrix} \frac{50}{21} \\ \frac{20}{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0,7 \end{bmatrix} = 1 - 1,7143 = -\frac{5}{7} = -0,7143}$

$= 1 - \left[\frac{1}{2} , \frac{1}{5}\right] \begin{bmatrix} 0,64 \\ 0,55 \end{bmatrix} = \qquad \cancel{\left[\frac{50}{21} \; -\frac{20}{21}\right] \begin{bmatrix} 1 \\ 0,7 \end{bmatrix} [1,7143]}$

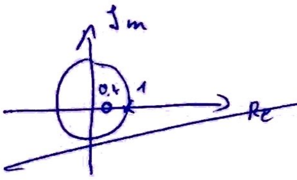
$\quad 0,43$

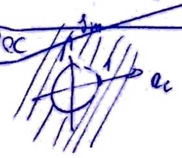
$= 1 - 0,43 = \underline{0,57}$ $\qquad$ ✓ 10/10

c, $\cancel{h = \left[\frac{50}{21} ; -\frac{20}{21}\right] \Rightarrow H(z) = \frac{50}{21} - \frac{20}{21} z^{-1} = \frac{50 - 20 z^{-1}}{21} = \frac{2,381 - 0,952 z^{-1}}{1}} \rightarrow$ ~~$2,381z - 0,952 = 0$~~

~~$z = \frac{0,952}{2,381} = \frac{2}{5}$~~

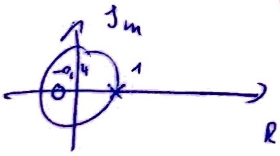
~~$z = 0,4$~~

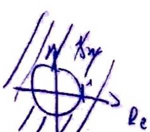




$h = \left[\frac{1}{2} , \frac{1}{5}\right] \Rightarrow H(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} z^{-1} = \cancel{\frac{5}{10} + \frac{2}{10} z^{-1} = \frac{5 + 2z^{-1}}{10}} = \frac{0,5 + 0,2 z^{-1}}{1} \Rightarrow$

o pólus
/
x zérus





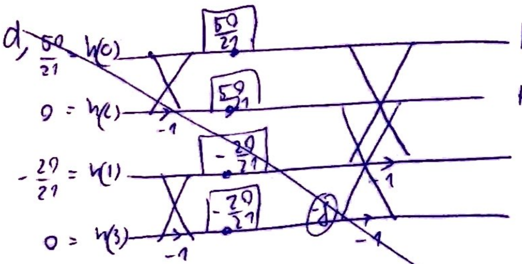
10/10

$0,5z + 0,2 = 0$

$z = \frac{-0,2}{0,5} = -0,4$

$|z| < 1$

d,



$h = \left[\frac{50}{21}, -\frac{29}{21}, 0, 0\right]$

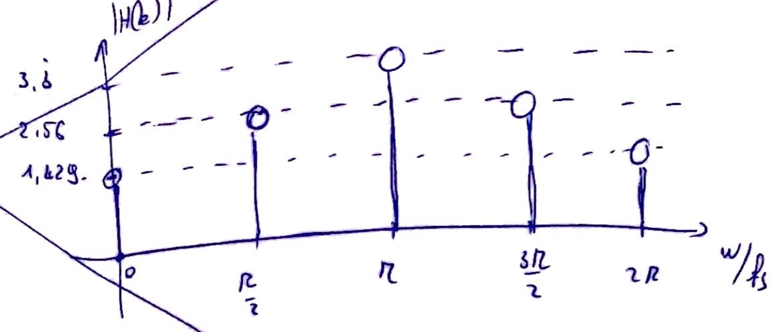
$H(0) = \frac{10}{7}$

$H(1) = \frac{50}{21} + \frac{29}{21}j$

$H(2) = \frac{10}{3}$

$H(3) = \frac{50}{21} - \frac{29}{21}j$

$|H(k)| = \begin{bmatrix} 10/7 \\ 2,56 \\ 10/3 \\ 2,56 \end{bmatrix}$ $= 1,429$; $= 3,\dot{3}$



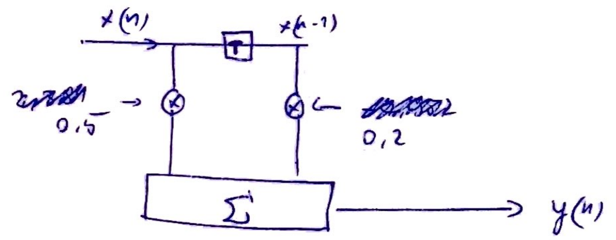
⇓

A szűrő felül áteresztő jellegű

---

e, $H(z) = \frac{2,381 - 0,952 z^{-1}}{1} = \frac{Y(z)}{X(z)} \Rightarrow Y(z) = (2,381 - 0,952 z^{-1})\, X(z)$

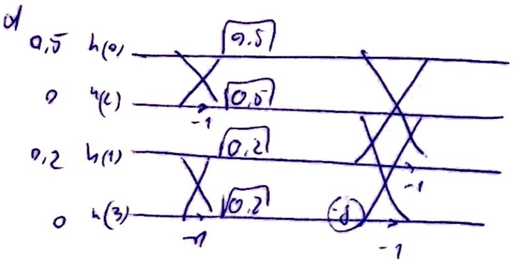
$H(z) = \frac{0,5 + 0,2 z^{-1}}{1} = \frac{Y(z)}{X(z)} \Rightarrow Y(z) = (0,5 + 0,2 z^{-1})\, X(z)$



10/10

---

d



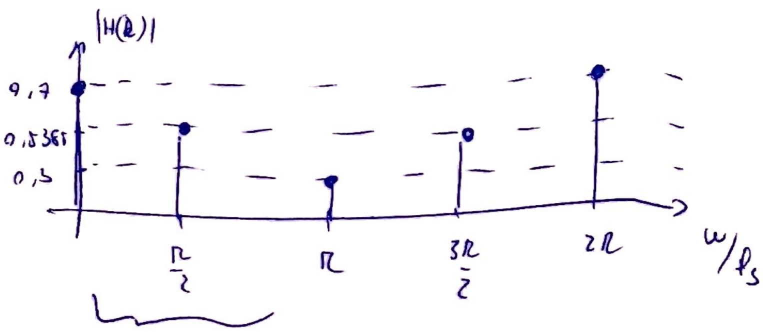
$H(0) = 0,5 + 0,2$

$H(1) = 0,5 - 0,2j$

$H(2) = 0,5 - 0,2$

$H(3) = 0,5 + 0,2j$

$|H(k)| = \begin{bmatrix} 0,7 \\ 0,5385 \\ 0,3 \\ 0,5385 \end{bmatrix}$



10/10

↳ A szűrő alul áteresztő -4-