

Név/Kód: [REDACTED]

Beugró	1. feladat	2. feladat	Szumma	Jegy	Évközi Zh jegy	Évközi kisZh átlag	Előadás hiányzás
[REDACTED]	[REDACTED]	[REDACTED]	[REDACTED]	[REDACTED]	[REDACTED]	[REDACTED]	[REDACTED]

A beugró feladatok hibátlan megoldása esetén javítjuk a dolgozat többi részét.
Minden feladatot külön lapra kell kidolgozni, amelyek mindegyikén szerepeljen a név!
Az oldalakat számozza meg, és beadás előtt rendezze sorrendbe!

Beugró feladatok)

- Helyes-e a következő állítás: egy kauzális digitális időfüggvény (belépő függvény) Z transzformáltjának konvergenciaregiónja a Z sík egy körén kívüli tartománya. Indokolja választát!

$$Z\{a^n u(n)\} = \frac{z}{z-a} \quad \text{RoC } |z| > |a|$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a^n u(n) \cdot z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{z}\right)^n$$

végtelen ~~szor~~ véges, ha $|a| < 1$
 $\hookrightarrow \left|\frac{a}{z}\right| < 1$
 $|a| < |z|$

Helyes

- Helyes-e a következő állítás: a Wiener szűrő együttthatóinak optimális beállításához egy harmadrendű formát kell minimalizálni. Indokolja választát!

Nem igaz, mert másodrendű

- Adja meg a $y(k) + 4.1y(k-1) + 3y(k-2) = 4x(k) - 5.2x(k-1)$ differenciaegyenlet karakterisztikus polinomjának fokszámát!

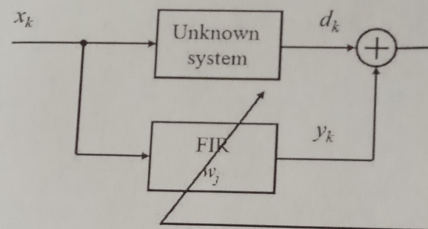
$$\lambda^2 + 4.1\lambda + 3 = 0$$

$$\downarrow$$
2 a fokszáma

1) J fókuszú FIR szűrőt tervezünk ablakolással.

- Adja meg a $[\pi/4, 3\pi/4]$ relatív frekvenciatartományon ideális sávszűrőt derékszögű ablakfüggvénnyel vett közelítésének az impulzusválasz függvényét $J=5$ esetén! (10p)
- Adja meg a $[0, \pi/2]$ relatív frekvenciatartományon ideális aluláteresztő szűrő derékszögű ablakfüggvénnyel vett közelítésének az impulzusválasz függvényét $J=3$ esetén! (10p)
- Ábrázolja a megvalósított aluláteresztő szűrő $|H(k)|$ mintavett amplitúdó karakterisztikáját a relatív frekvenciatartományon! Ez a szűrő benne van a $\delta_1 = 0.2$ (zárótartomány), $\delta_2 = 0.2$ (áteresztő tartomány) és $\Delta\omega = 0.1\pi$ (átmeneti tartomány) paraméter beállításokkal definiált toleranciasémában? (10p)
- Mi történik, ha a két ideális szűrőt sorba kapcsoljuk? Rajzolja le az eredő átviteli karakterisztikát a $[0, 2\pi]$ tartományon! Milyen jellegű az eredő szűrő? (10p)
- Mi történik, ha a két ideális szűrőt párhuzamosan kapcsoljuk? Rajzolja le az eredő átviteli karakterisztikát a $[0, 2\pi]$ tartományon! Milyen jellegű az eredő szűrő? (10p)

2) A feladat egy ismeretlen rendszer identifikációja az alábbi struktúra szerint:



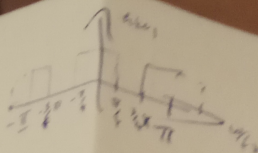
- Adja meg a $\mathbf{w}_{\text{opt}}$ optimális szűrőegytáható vektort ($j=0,1$) esetén, ha az ismeretlen rendszer megfigyelése alapján $E\{d_k^2\}=1$, $E\{d_k x_k\}=0.64$, $E\{d_k x_{k-1}\}=0.55$, illetve $E\{x_k^2\}=1$, $E\{x_k x_{k-1}\}=0.7$! (10p)
- Adja meg $\mathbf{w}_{\text{opt}}$ esetén az MMSE minimális négyzetes hibát! (10p)
- Adja meg a szűrő átviteli függvényét és annak RoC-ját! Rajzolja le a pólus-zérus diagramot! (10p)
- Adja meg FFT alkalmazásával és ábrázolja a relatív frekvenciatartományon a $\mathbf{w}_{\text{opt}}$ optimális szűrőegytáható szűrő $|H(k)|$ mintavett amplitúdó karakterisztikáját ($N=4$)! Milyen jellegű ez a szűrő? (10p)
- A rendszer megfigyelése során az $x_k=1$, $x_{k-1}=0.6$, $x_{k-2}=-0.4$ bemenetre a $d_k=1.2$, $d_{k-1}=0.3$, $d_{k-2}=0.1$ kimeneteket mértük. Adja meg az LMS algoritmus első iterációja után a $\mathbf{w}(1)$ együtáhatóvektort, ha $\mathbf{w}(0)=[1 \ 1]^T$ és $\Delta=1$! (10p)

Ha nincs kéznél számológép:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \approx 1.137, \quad -\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \approx 0.137, \quad \frac{1}{\pi} \approx 0.318, \quad \sqrt{0.29} \approx 0.539$$

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39	40-53	54-67	68-81	82-100

1/a) $[\pi/4, 3\pi/4]$ $I=5$



$$h_d(w) = \frac{1}{\pi n} (\sin \pi n - \sin \frac{3}{4} \pi n + \sin \frac{\pi}{4} n)$$

(2) $I=5$

$$h_d(-2) = -\frac{1}{2\pi} (-2) = \frac{1}{\pi}$$

$$h_d(-1) = -\frac{1}{\pi} \cdot 0 = 0$$

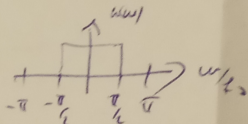
$$h_d(0) = \frac{\pi \cdot \cos(\pi n) - 3\pi \cos(\frac{3}{4} \pi n) + \pi \cos(\frac{\pi}{4} n)}{\pi} \Big|_{n=0} = \frac{1}{2}$$

$$h_d(1) = \frac{1}{\pi} \cdot 0 = 0$$

$$h_d(2) = \frac{1}{2\pi} \cdot 2 = \frac{1}{\pi}$$

$$h = \begin{bmatrix} \frac{1}{\pi} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\pi} \end{bmatrix}$$

2) $[0, \pi/2]$ $I=3$



$$h_d(w) = \frac{1}{\pi n} \sin(\frac{\pi}{2} n)$$

(2) $I=3$

$$h_d(-1) = -\frac{1}{\pi} \cdot (-1) = \frac{1}{\pi}$$

$$h_d(0) = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot \cos \pi n}{\pi \cdot n} = \frac{1}{2}$$

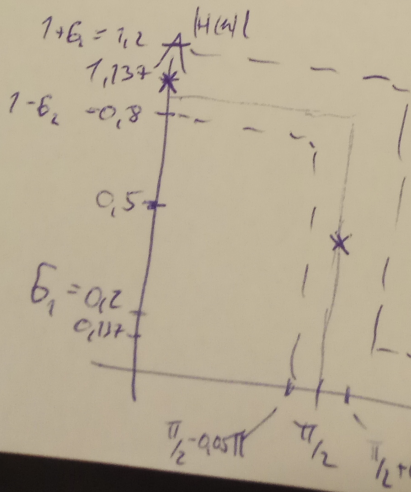
$$h_d(1) = \frac{1}{\pi} \cdot 1 = \frac{1}{\pi}$$

$$h = \begin{bmatrix} \frac{1}{\pi} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\pi} \end{bmatrix}$$

c)

$$H(z) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -j \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\pi} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\pi} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \\ -\frac{j}{2} \\ -\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \\ \frac{j}{2} \end{bmatrix}$$

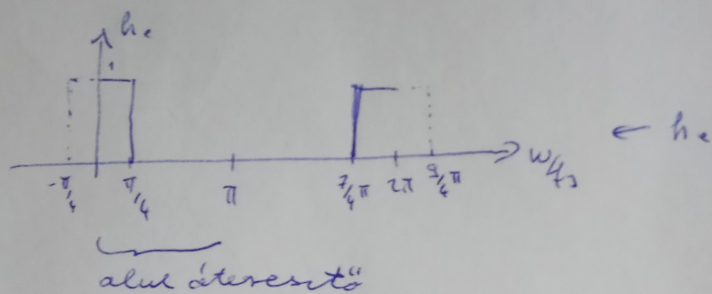
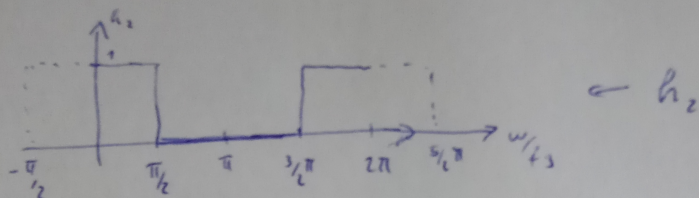
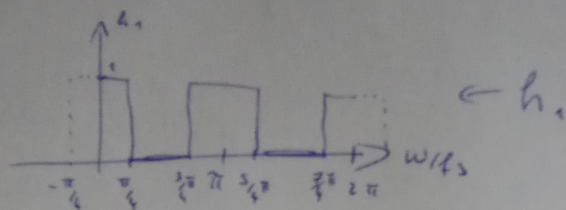
$$\rightarrow |H(z)| = \begin{bmatrix} 1,137 \\ 0,5 \\ 0,137 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$



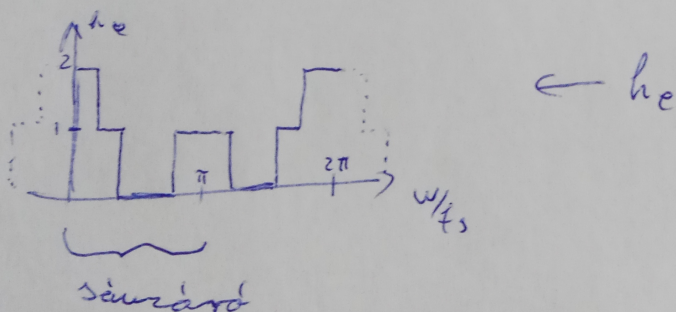
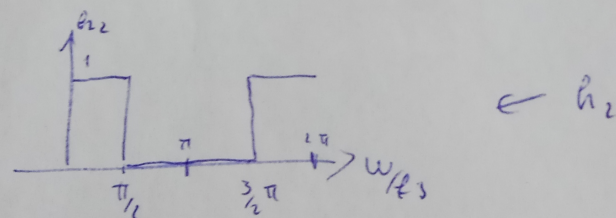
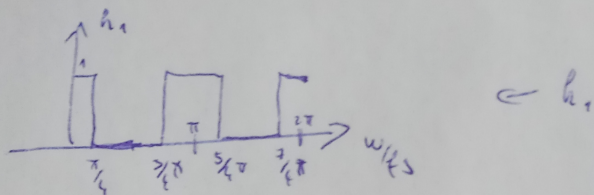
$$w = \frac{2\pi}{N} \cdot k = \frac{\pi}{2} \cdot 6$$

lenne van a tolerancia sinoidal

1/d) sonos: $[0, 2\pi]$



e) párhuzamos:



2/a,

$$r_c = E(d_c x_{c-1})$$

$$r_0 = E(d_c^2) = 1$$

$$r_0 = 0.64$$

$$r_1 = 0.55$$

$$R(0) = 1$$

$$R(1) = 0.7$$

Jönnyű Bőve
FD 2x2W

$$W_{opt} = R^{-1} r = \frac{100}{51} \begin{bmatrix} 1 & -0.7 \\ -0.7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.64 \\ 0.55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

10/10

$$b) \text{MSE}(W_{opt}) = E\{d_c^2\} - r^T W_{opt} = 1 - [0.64 \ 0.55] \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/5 \end{bmatrix} = 0.57$$

$$c) \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow h(n) = \frac{1}{2} \delta(n) + \frac{1}{5} \delta(n+1)$$

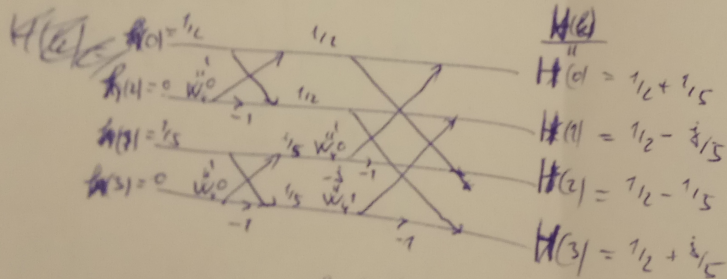
$$Z\{h(n)\} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}z$$

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \cdot z^{-n} = \frac{1}{2} \cdot z^0 + \frac{1}{5} z^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} z^{-1}$$

$$d) h = [1/2 \ 1/5 \ 0 \ 0]^T$$

$$Z\{h(n)\} = 1 \quad \text{RoC: teljes } z$$

polus- nulla



$$H(z)$$

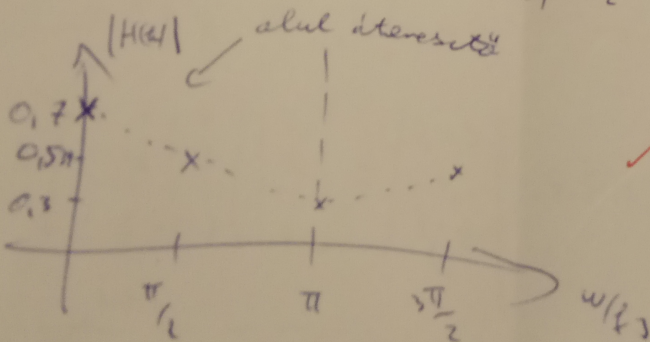
$$H(0) = 1/2 + 1/5$$

$$H(1) = 1/2 - 1/5$$

$$H(2) = 1/2 - 1/5$$

$$H(3) = 1/2 + 1/5$$

$$\rightarrow |H(\omega)| = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.538 \\ 0.3 \\ 0.538 \end{bmatrix}$$



$$\omega = \frac{2\pi}{4} k = \frac{\pi}{2} k$$

10/10

2/c

$$h = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow h(n) = \frac{1}{2} \delta(n) + \frac{1}{5} \delta(n-1)$$

RoC: teljes z tartomány

$\downarrow$ ZST

$$H(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} z^{-1} = \frac{\frac{1}{2} z + \frac{1}{5}}{z}$$

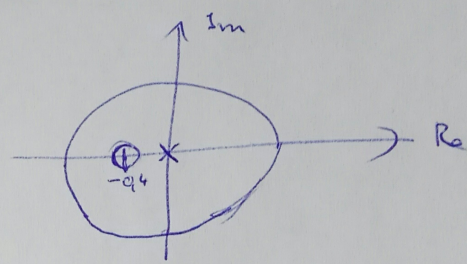
$\rightarrow$ zérus $z_1 = -0.4$

$\rightarrow$ pólus $p_1 = 0$

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \cdot z^{-n}$$

$\downarrow$

Pólus-zérus diagram:



$$c) \quad x_n = 1 \quad x_{n-1} = 0,6$$

$$d_n = 1,2 \quad d_{n-1} = 0,3$$

$$x_{n-2} = 0,4$$

$$d_{n-2} = 0,1$$

$$\left. \begin{array}{l} W(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \Delta = 1 \end{array} \right\}$$

$$W_c(k+1) = W_c(k) + \Delta \left\{ d_k - \sum_{j=0}^3 w_j x_{k-j} \right\} x_{k-c}$$

(hierzu + noch 2 weitere Gleichungen -) → ungenau!

$$W_c(1) = W_c(0) + \Delta \left\{ d_0 - \sum_{j=0}^3 w_j x_{0-j} \right\} x_{0-c}$$

$$c=0 \quad W_0(1) = 1 + 1 \left\{ 1,2 - \left(1/2 \cdot 1 + 1/5 \cdot 0,6 \right) \right\} \cdot 1 = 1,58$$

abwärts

$$c=1 \quad W_1(1) = 1 + 1 \left\{ 1,2 - \left(1/2 \cdot 0,1 + 1/5 \cdot 0,6 \right) \right\} \cdot 0,6 = 1,348$$

$$\underline{W(1)} = \begin{bmatrix} 1,64 \\ 1,348 \end{bmatrix}$$

8/10

Ergebnis:

$$W(1) = \begin{bmatrix} 0,36 \\ 0,1616 \end{bmatrix}$$