

Digjel szóbelin eddig kérdezett kérdések (2017-es vizsgaidőszakban)

források:

<http://users.itk.ppke.hu/~hakta/segedanyagok/4-szemeszter/DigJel/jegyzetem/> -előadás jegyzetek

<http://users.itk.ppke.hu/~hakta/segedanyagok/4-szemeszter/DigJel/naszy%20jegyzet.pdf>

Adaptív szűrős képlet:

BIBO stabilitás:

- Azt mondjuk, hogy egy $x(r)$ digitális jel transzformációját megvalósító szűrő BIBO stabil, ha minden korlátos bemenetre korlátos kimenetet ad.
- A BIBO stabilitás feltétele a Z-transzformált tartományon az, hogy a pólusok az egységkör belsejébe essenek, azaz hogy $|p_i| < 1, \forall i$.

Laplace transzformált definíció:

Legyen adott egy $x(t)$ analóg jel, melyre $\exists \alpha$, hogy $\int_0^\infty |x(t)| \cdot e^{-\alpha t} dt < \infty$. Ennek Laplace-transzformáltja:

$$X(s) = \int_0^\infty x(t) e^{-\alpha t} e^{-j2\pi f t} dt = \int_0^\infty x(t) e^{-st} dt$$

ahol $s = \alpha + j2\pi f$. Ebből $x(t)$ a következőképpen kapható vissza:

$$x(t) = \oint_G X(s) e^{st} ds$$

Z-trafók:

- Dirac delta: $Z\{\delta(n)\} = 1$, RoC: teljes z sík
- Egységugrás: $Z\{u(n)\} = \frac{z}{z-1}$, RoC: $|1| < |z|$
- Belépő függvény: $Z\{a^n \cdot u(n)\} = \frac{z}{z-a}$, RoC: $|a| < |z|$
- NemptomMi2: $Z\{-a^n \cdot u(-n-1)\} = \frac{z}{z-a}$, RoC: $|a| > |z|$

Ü

Kvantálási dolgok:

- A kvantálás feladata, hogy a mintavett jelet a kvantálási szinteknek megfelelő, digitálisan is értelmezhető jellé alakítsa, mégpedig úgy, hogy az egyes mintákat a legközelebbi kvantálási szintre kerekíti.

Mi az a kauzalitás:

nem függ a jövőtől

Kauzalitás definíciója:

kauzális jel: $x(n) = 0$ minden $n < 0$ -ra

kauzális rendszer: $y(n) = \tau \{x(n), x(n-1), \dots\}$ (tehát a válasz nem függ a jövőtől)

Kauzális rendszer impulzusválasza:

$h(n)=0$ minden $n < 0$ -ra [$h(n)$ kauzális]

FFT-ben szorzások és összeadások száma általánosan:

- szorzás: $N/2 \cdot \log_2 N$
- összeadás: $N \cdot \log_2 N$
- szorzás: $N \cdot (M+L+1)$
- összeadás: $N \cdot (M+L-2)$

Mintavételezési tétel:

- Legyen adott egy $x(t)$ analóg jel. Ha teljesül, hogy a mintavételi frekvencia legalább akkora, mint a sáv szélesség kétszerese, azaz $f_s \geq 2B$, akkor az x_k mintavett jelből az $x(t)$ eredeti analóg jel visszaállítható, mégpedig:

$$x(t) = T \cdot \sum_k x_k \cdot h(t - kT)$$

ahol $h(t)$ a következő aluláteresztő szűrőt valósítja meg:6

$$h(t) = \frac{\sin(2\pi Bt)}{2\pi Bt}$$

- f_s : mintavételezési frekvencia

- B: sávszélesség

Differenciálegyenletnél a karakterisztikus polinomból stabilitása:

gyökei egységkörön belül vannak

LMS algoritmus, becsülni belőle deltát, sajátérték számolása:

Robbins-Monro fix deltával

(**talán**: rekurzióval számoljuk az optimális koefficiensvektort:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \Delta\{\mathbf{R}\mathbf{w}(k) - \mathbf{r}\}$$

Δ konstans, és (optimális) értéke:

$$\Delta_{\text{opt}} = \frac{2}{\lambda_{\min} + \lambda_{\max}}, \text{ sajátértékek nélkül (lassú azokat számolni)}$$

$$\Delta_{\text{opt}} \approx \frac{2}{R(0)}$$

Kauzalitás feltétele:

Paley-Wiener tétel:

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\ln(|H_d(\omega)|)| d\omega < \infty$$

teljesülése esetén...

Csatornakiegyenlítés → blokkdiagram:

ez az equalization lesz...

Adott egy karakterisztikus egyenlet, hogy állapítom meg, hogy BIBO stabil:

gyökök egységkörön belül

Delta Z transzformáltja:

1

FFT mintavételi tétel:

Milyen kritériuma van az impulzusválaszfn-nek, hogy BIBO stabil legyen (abszolút szummábilis legyen):

z trafós: pólusok egységkörön belül

abszolút szummábilis:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$$

FFT:

- A DFT komplexitásának csökkentésére szolgál az FFT módszer. Lényege, hogy az adatokat több dimenzióban reprezentálja.

Wiener szűrés:

Lloyd Max algoritmus:

- Ez az algoritmus a globális optimumot találja meg méghozzá véges sok lépésben.

Ha az adott lépésben optimális Q ismert, akkor

$$\Delta_{\ell, \text{opt}} := \{x: (x - q_{\ell})^2 < (x - q_i)^2, \forall i \neq \ell\}$$

Ha az adott lépésben optimális Δ ismert, akkor

$$q_{\ell, \text{opt}} := \frac{\int_{\Delta_{\ell}} x p(x) dx}{\int_{\Delta_{\ell}} p(x) dx} = \mathbb{E}(x|x \in \Delta_{\ell}) \forall \ell$$

- Lépések:
- $\Delta(0), Q(0)$: őket ismerjük
- $\Delta(0), Q(1)$: Δ adott, Q -t optimalizálom
- $\Delta(1), Q(1)$: Q adott, Δ -t számolom
- $\Delta(1), Q(2)$: rizsa
- $\Delta(2), Q(2)$: rizsa stb

DFT:

A spektrum digitális jelfeldolgozással megismerhető

$$\text{DFT: } X(k \frac{2\pi}{N}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jkn \frac{2\pi}{N}} \quad : k = 0 \dots N-1$$

discrete Fourier transform

$$\text{inverse DFT: } x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k \frac{2\pi}{N}) e^{jkn \frac{2\pi}{N}}$$

$$\bar{W} = (W_{kn}) : W_{kn} = e^{jkn \frac{2\pi}{N}}$$

$$\bar{X} = \bar{W} \bar{x} \quad \Rightarrow \quad x(t) \rightarrow \boxed{\text{A/D}} \rightarrow \boxed{\bar{W}} \rightarrow \boxed{\text{Számítás}} \rightarrow X(\omega)$$

$$\bar{x} = \bar{W}^{-1} \bar{X} = \frac{1}{N} \bar{W}^*$$

matrix inverz valós idejű és számítható!
 $\Rightarrow$ valós jelfeldolgozás!!

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{N} \bar{W}^* \bar{W}^T &= \bar{W}^{-1} \\ \frac{1}{N} \bar{W} \bar{W}^* &= \bar{I} \end{aligned} \right\} \text{unitér mátrix}$$

Dirac delta Z transzformáltjának RoC-ja:

- teljes Z sík

Mivel jellemezhető egy szűrő:

- az impulzusválasz fv-el

Mit jelent hogy FIR szűrő:

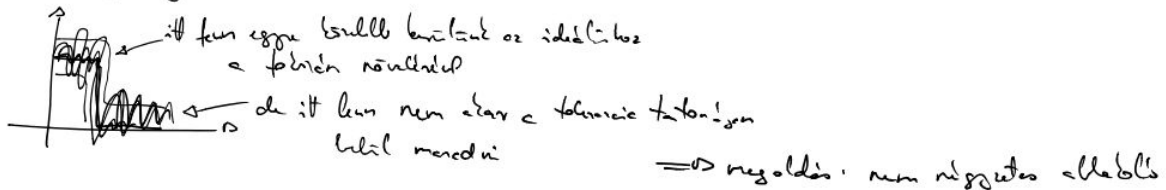
- véges impulzusválasza van

Szűrőtervezésnél miért van szükség ablakolófüggvényre, miért nem elég a négyzetes ablakolófüggvény:

- hogy ne legyen végtelen tartójú $h(n)$
- Gibbs oszcillációt okoz, nem jó

Mi a Gibbs oszcilláció:

Probléma: Gibbs-oszcilláció



ha nem tudnád elolvasni:

- első nyíl: itt fenn egyre közelebb kerülünk az ideálhoz a fókusz szám növelésével
- második nyíl: de itt lenn nem akar a tolerancia tartományon belül maradni
- megoldás: nem négyzetes ablakolás

Hogy néz ki a kauzális szűrő impulzusválasza:

- negatív értékekre $0 \rightarrow h(n) = 0$ ha $n < 0$

Wiener algoritmusos képlete ismert R , r esetén:

$$R * w_{\text{opt}} = r \rightarrow w_{\text{opt}} = R^{-1} * r$$

- R : autokorrelációs mátrix $E\{x_{k-i}x_{k-j}\} = R_{ij} = R(i-j)$
- r : keresztkorrelációs vektor $E\{d_k x_{k-i}\} = r_i = r(i)$

Diff. homogén megoldása, mi a lambda, mikor BIBO stabil:

- A homogén megoldást a karakterisztikus egyenlet gyökeiből kapjuk
- BIBO stabil: minden $|\lambda| < 1$
- (λ : talán a sajátértéket reprezentálja ebben nem vagyok biztos)
- (λ^2 : homogén expo megoldás alapja)

Wiener szűrés:

Wiener - szűrő:

$$w_{opt}: \min_w E(d_k - \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j})^2 \rightarrow \bar{w}_{opt}: \bar{R} \bar{w} = \bar{r}; \quad R_{ij} = E(x_{k-i} x_{k-j}); \quad r_i = E(d_k x_{k-i})$$

Mi van, ha $\bar{R}$ és $\bar{r}$ nem ismert?

$$x^{(k)} = \{x_k, d_k\} \mid k=1 \dots L \rightarrow w_L(l+1) = w_L(l) - \Delta \left\{ d_k - \sum_{j=0}^J w_{L,j} x_{k-j} \right\} x_{k-l} \quad : l=0 \dots J$$

Mit csinál a Wiener szűrő:

Milyen típusú az átviteli függvény:

H(Z) egy racionális törtfüggvény