

A/D konverzió, sávszélesség

1.1) Rajzolja fel A/D konverzió funkcionális blokkdiagramját, és írja le az egyes lépéseket! Mit mond ki a mintavételezési és visszaállítási tétel? Mi az aliasing jelenség? Vezesse le az A/D átalakítás során az egyenletes kvantálásra vonatkozó jel-zaj viszony összefüggését! Ismertesse (matematikai formulák nélkül), hogy milyen megfontolások vezetnek a logaritmikus kvantáláshoz!

1.2) Az $x_1(t) = u(t)e^{-t}$ és az $x_2(t) = u(t) \cdot t e^{-t}$ jeleket mintavételezzük. A sávszélesség meghatározásakor a küszöb paraméter $\varepsilon = 0.01$

- Melyik jel sávszélessége nagyobb?
- Minimálisan milyen frekvenciával kell mintavételezni, ezt a két analóg jelet, hogy még visszaállíthatóak legyenek a mintáikból?

Megoldás

A két jel spektruma a Fourier transzformáltból számítható:

$$X_1(f) = \mathcal{F}\{u(t)e^{-t}\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-t}e^{-j2\pi f \cdot t} dt = \int_0^{\infty} e^{-t}e^{-j2\pi f \cdot t} dt = \left[\frac{e^{-(j2\pi f + 1)t}}{-(j2\pi f + 1)} \right]_0^{\infty} =$$

$$X_1(f) = \frac{1}{j2\pi f + 1}$$

és

$$X_2(f) = \mathcal{F}\{u(t)te^{-t}\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)te^{-t}e^{-j2\pi f \cdot t} dt = \int_0^{\infty} te^{-t}e^{-j2\pi f \cdot t} dt = (1)$$

$$\text{Megj: } \int_a^b \frac{d}{dx} (f(x)g(x)) dx = \int_a^b f'(x)g(x) dx + \int_a^b f(x)g'(x) dx$$

$$\text{ezért } \int f(x)g(x) dx = f(x) \int g(x) dx - \int (f'(x) \int g(x) dx) dx$$

$$(1) = \left[t \cdot \frac{e^{-(j2\pi f + 1)t}}{-(j2\pi f + 1)} \right]_0^{\infty} - \left[\frac{e^{-(j2\pi f + 1)t}}{(-(j2\pi f + 1))^2} \right]_0^{\infty} =$$

$$X_2(f) = \frac{1}{(j2\pi f + 1)^2}$$

A jelek sávszélessége, ha $\varepsilon = 0.01$

$$B = \operatorname{argmax}_f \left\{ \min_f |X(f) - \varepsilon \max_f |X(f)|| \right\} - \operatorname{argmin}_f \left\{ \min_f |X(f) - \varepsilon \max_f |X(f)|| \right\}$$

$$\max_f |X_1(f)| = \max_f \left| \frac{1}{j2\pi f + 1} \right| = \max_f \sqrt{\frac{1}{1 + 4\pi^2 f^2}} = 1, \text{ ha } f = 0$$

$$\max_f |X_2(f)| = \max_f \left| \frac{1}{(j2\pi f + 1)^2} \right| = \max_f \sqrt{\frac{1}{(1 + 4\pi^2 f^2)^2}} = 1, \text{ ha } f = 0$$

$$\varepsilon \max_f |X(f)| = 0.01$$

$$\text{nézzük meg, ahol metszik egymást: } \sqrt{\frac{1}{1 + 4\pi^2 f^2}} - 0.01 = 0$$

$$f_{x_1} \in \pm \sqrt{\frac{1 - (0.01)^2}{(0.01)^2 \cdot 4\pi^2}} = \pm 15.91469851457871$$

$$\text{nézzük meg, ahol metszik egymást: } \sqrt{\frac{1}{(1 + 4\pi^2 f^2)^2}} - 0.01 = 0$$

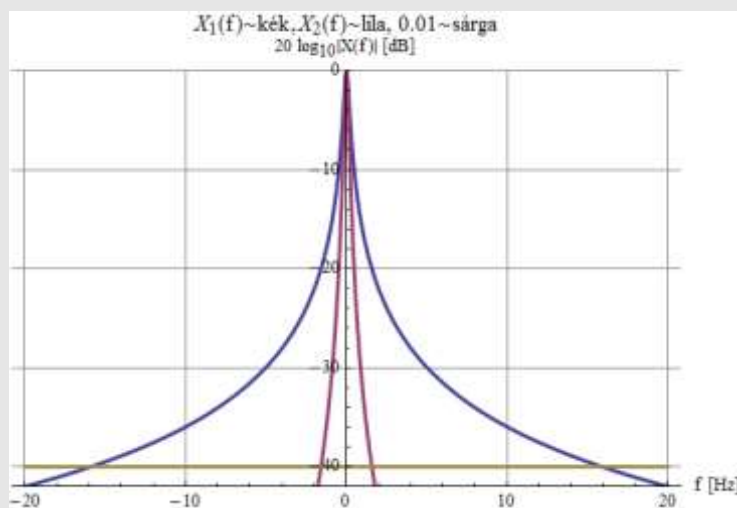
$$f_{x_2} \in \pm \sqrt{\frac{\pm \sqrt{\frac{1}{(0.01)^2} - 1}}{2^2 \pi^2}} = \begin{cases} -1.5835716892985487, -1.5994873825601215j, \\ +1.5994873825601215j, 1.5835716892985487 \end{cases}$$

$$f_{x_2} \in \{\pm 1.5835716892985487\}$$

Így a két jel sávszélessége:

$$B_{x_1} = 15.91469851457871 - (-15.91469851457871) \cong 32 \text{ Hz}$$

$$B_{x_2} = 1.5835716892985487 - (-1.5835716892985487) \cong 3.167 \text{ Hz}$$



Mivel a jel valós, ezért a spektruma szimmetrikus, így a spektrumban a „0 bal oldalán”

ugyan az az „információ” található mint a „0 jobb oldalán”.

Ezért ezeknek a jeleknek elég csak a „fele sávszélesség” hisz a 0 tengelyre tükrözve visszakapjuk az eredetét.

Így a két jel sávszélessége: $B_{x_1} \cong 16 \text{ Hz}, B_{x_2} \cong 1.5835 \text{ Hz}$

ezért az 1. jel sávszélessége a nagyobb

Ha valós jelekről beszélünk, akkor a mintavételi tétel miatt $f_s \geq 2B$, tehát $f_s \geq 32\text{Hz}$

1.12) Egy hálózat átviteli karakterisztikája a következő alakban ismert:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \cdot 1,59 \cdot 10^{-4}}.$$

Adja meg a rendszer sávszélességét $\varepsilon = 0.1$ paraméter érték mellett! Mennyivel nő/csökken a sávszélesség $\varepsilon = 0.01$ esetén? Milyen jellegű szűrőt valósít meg a rendszer?

Megoldás

A $|H(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + (\omega \cdot 1,59 \cdot 10^{-4})^2}}$ amplitúdó spektrumból az alábbi egyenlet:

$$\sqrt{\frac{1}{1 + (\omega \cdot 1,59 \cdot 10^{-4})^2}} = \varepsilon$$

megoldása esetén közvetlenül a sávszélességet adja eredményül. Az $\varepsilon = 0.1$ paraméter esetén $B_{\varepsilon=0.1} \cong 100\text{kHz}$ sávszélesség, az $\varepsilon = 0.01$ paraméter esetén $B_{\varepsilon=0.01} \cong 1\text{MHz}$ adódik, vagyis 10-szeresére növekszik.

1.4) Mit mond ki a mintavételi és visszaállítási tétel (Shannon-Kotelnikov tétel)?

Megoldás

Ha egy sávkorlátozott (B sávszélességű) $x(t)$ jelet $f_s \geq 2B$ frekvenciával mintavételezünk, akkor a jel tökéletesen (veszteségmentesen) rekonstruálható a mintáiból ($f_s = 2B$):

$$x(t) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) h(t - nT), \text{ ahol}$$

$$h(t) = \frac{\sin(2\pi Bt)}{2\pi Bt}$$

- 1.5)** Egy analóg jel sávszélessége 52 kHz, adja meg a mintavételi frekvencia alsó határát! Milyen szempontok indokolják, hogy a jelet az elvileg lehetséges legkisebb mintavételi frekvencia felett mintavételezzük (legalább két szempontot ismertessen)?

Megoldás

Az $f_s \geq 2B$ mintavételi tétel értelmében $f_s = 104 \text{ kHz}$ a mintavételi frekvencia alsó határa.

A túlmintavételezésnek két oka lehet:

- Ha az alsó mintavételi frekvenciát használjuk, akkor a jelvisszaállításához szükséges egy ideális aluláteresztő szűrő, amely a gyakorlatban nem valósítható meg. A túlmintavételezés esetén véges meredekségű lehet a szűrő, amely már megvalósítható.
- A tömöríthetőség miatt előnyös lehet a túlmintavételezés, mivel nagyobb mintaszámú, korreláltabb mintahalmaz esetén jobb hatásfokú tömörítés érhető el.

- 1.6)** Adja meg a kvantálási SNR jel-zaj viszonyt teljesen kivezérelt szinuszos jel és n bites egyenletes kvantálás esetén.

Végeredmény: $\text{SNR} = 6n + 1.8$

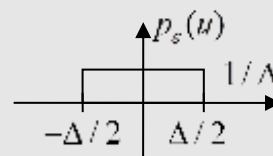
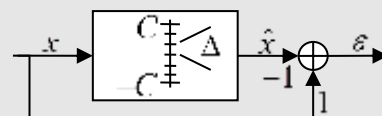
definíciók amiket felhasználunk:

- n : kvantáló bitszáma
- N : hány darab kvantálási szimbólumot definiálunk
- C : a kvantáló dinamikartományának maximum amplitúdó értéke
- Δ : egyenletes kvantálás esetén a kvantálási szimbólumokhoz tartozó amplitúdó értékek közti távolság

- $N = \frac{2C}{\Delta} = 2^n$

- $\varepsilon = x - \hat{x}$, a kvantálási hiba
- feltételezzük, hogy a kvantálási zaj eloszlása egyenletes (kvantálási zajmodell), azaz

$$p_\varepsilon(u) = \begin{cases} 1/\Delta, & |u| < \Delta/2 \\ 0 & \text{élt} \end{cases}$$



- $SNR = \frac{Pow_{signal}}{Pow_{noise}}, SNR_{dB} = 10 \log_{10}(SNR)$
- $V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} (V(t))^2 dt}$
- $Pow_{electrical} = \frac{(V_{RMS})^2}{R}$, ahol R az az ellenállás amire a V_{RMS} átlagfeszültség van kapcsolva, egységnyinek tekintjük, mert később úgyis eltűnne az SNR arányból.
- $\mu_x = \int x \cdot p_x(x) dx$
 $\sigma_x^2 = \int (x - \mu_x)^2 p_x(x) dx$, a zaj teljesítményét ha 0 várható értékű a szórásnégyzettel lehet leírni.

Megoldás:

A jel szinuszos, teljes kivezérlésű, ezért $V(t) = C \sin(2\pi t)$

A jel teljesítménye: $Pow_{signal} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} (V(t))^2 dt}^2 = \sqrt{\frac{1}{1-0} \int_0^1 (C \sin(2\pi t))^2 dt}^2 = \frac{C^2}{2}$

A zaj teljesítménye: $Pow_{noise} = \sigma_\varepsilon^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} u^2 \cdot \frac{1}{\Delta} du = \frac{\Delta^2}{12}$

A jel-zaj viszony:

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{C^2/2}{\Delta^2/12} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} N^2 \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} 2^{2n} \right) =$$

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} \right) + 2n 10 \log_{10} (2) = 1.760912591 + 6.020599913n$$

1.8) Adja meg a kvantálási SNR-t (jel-zaj viszonyt) véletlen egyenletes eloszlású jelre ami teljesen kivezérel egy n bites egyenletes lépésközű kvantálót!

Megoldás

Az előző példa alapján: $SNR_{dB} = 6n$

mert

$$Pow_{signal} = \sigma_{\varepsilon}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_X(x) dx = \int_{-C}^C x^2 \frac{1}{2C} dx = \left[\frac{x^3}{6C} \right]_{-C}^C = \frac{C^3}{6C} - \frac{-C^3}{6C} = \frac{4}{12} C^2$$

$$Pow_{noise} = \sigma_{\varepsilon}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_{\varepsilon}(x) dx = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} u^2 \cdot \frac{1}{\Delta} du = \frac{\Delta^2}{12}$$

$$SNR = \frac{\frac{4}{12} C^2}{\frac{1}{12} \Delta^2} = 4 \frac{C^2}{\Delta^2} = 4 \frac{C^2}{(2C/N)^2} = 4 \frac{C^2}{(4C^2)/N^2} = N^2$$

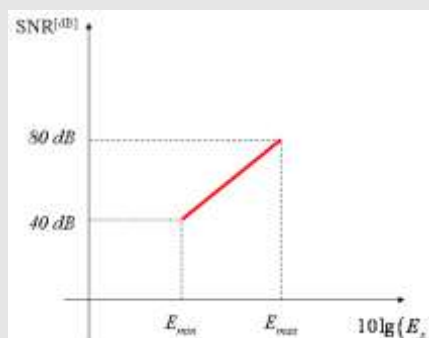
$$SNR_{dB} = 10 \log_{10}(N^2) = 10 \log_{10}(2^{2n}) = n \cdot 20 \log_{10}(2) =$$

$$SNR_{dB} = 6.020599913n \cong 6n \text{ [dB]}$$

1.9) Hány bites lineáris kvantáló kell ahhoz, hogy legalább 40 dB-es jel-zaj viszonyt kapjunk 40 dB-es dinamikatartomány felett?

Megoldás

A 40dB-es bemeneti dinamikatartomány azt jelenti, hogy a bemeneti jel legkisebb és legnagyobb teljesítményű (ill. energiájú) része között 40dB a különbség, azaz $E_{\max}/E_{\min} = 10^4$. Ha a legkisebb jelszintnél is 40dB-es jel-zaj viszonyt kell biztosítanunk, akkor a legnagyobb jelszintnél 80dB a jel-zaj viszony:



Tehát $SNR_{\max} = 80\text{dB}$, amiből $n = \lceil 80/6 \rceil = 14$ (bit).

Megjegyzés:

Ha olyan jelet adunk a bemenetre, amely a legjobban kihasználja a kvantáló dinamikatartományát, azaz a legnagyobb jel-zaj viszonyt biztosítja, illesztett kvantálónak

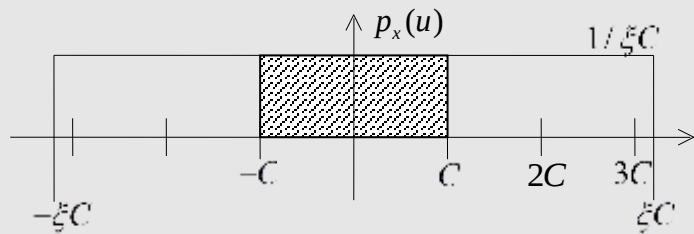
nevezzük ($x_{\max} = C$, ld. korábbi feladatokat is). Ekkor a jelteljesítmény és a kvantálási zaj közötti összefügg általános bemeneti jelnél: $s_{\varepsilon}^2 = \lambda^2 \cdot s_x^2 \cdot 2^{-2n}$, ahol λ a bemenő jel eloszlásától függő konstans. Egyenletes eloszlásnál: $s_{\varepsilon}^2 = \frac{q^2}{12} = C^2 \cdot \frac{2^{-2n}}{3}$, ahol $C^2 = x_{\max}^2 = 3s_x^2 \Rightarrow s_{\varepsilon}^2 = s_x^2 \cdot 2^{-2n} \Rightarrow \lambda = 1$.

1.10) Mekkora lesz egy $n=8$ bites szimmetrikus, egyenletes kvantáló jel-zaj viszonya (SNR) 10dB-es túlvezérlés esetén? (A bemenő jelet egyenletes eloszlásúnak tekintve.)

Megoldás

Tudjuk, hogy $10 \log_{10} \frac{s_x^2}{s_{x \max}^2} = 10 \text{dB}$,

ahol $s_{x \max}^2$ az illesztett kvantálóhoz



tartozó jelteljesítmény rész, és s_x^2 a jel valódi teljesítménye. Mivel a jel amplitúdóját nem tudjuk, csak a teljes kivezérlés nagyságát ($2C$), ezért először ezt kell kiszámolnunk. Ehhez szükségünk van a jel teljesítményére. Ezt az ismert amplitúdó nagyságával tudjuk kifejezni,

ha tudjuk a teljes kivezérlés teljesítményét: $s_{x, \max}^2 = \frac{4C^2}{12}$, $s_x^2 = 10 \cdot s_{x \max}^2 = 10 \frac{4C^2}{12}$, ahol C a

kvantáló dinamika tartománya.

A jel maximális amplitúdója tehát ξC , ahol $s_x^2 = \sigma_x^2 = \int_{-\xi C}^{\xi C} u^2 \cdot \frac{1}{2\xi C} du = 10 \frac{4C^2}{12}$, így

$$\xi = \sqrt{10} \approx 3.162277, \quad x_{\max} = \sqrt{10}C$$

A zaj teljesítményt külön kell számolni, abban az esetben, amikor nincs túlvezérlés és abban, amikor van, majd az alábbiak szerint vegyük a két eredmény átlagát:

$s_{\varepsilon}^2 = P_{\text{norm}} \cdot s_{\varepsilon \text{ norm}}^2 + (1 - P_{\text{norm}}) \cdot s_{\varepsilon \text{ tulvez}}^2$, ahol $s_{\varepsilon \text{ tulvez}}^2$ a túlvezérléskor kapott kvantálási zaj szórása, $s_{\varepsilon \text{ norm}}^2$ a normál működésnél mért zaj szórása, P_{norm} a normál működés valószínűsége.

– $P_{\text{norm}} = ?$

Mivel egyenletes eloszlást tételeztünk föl, ezért

$$P_{\text{norm}} = \int_{-C}^C p_x(u) du = \int_{-C}^C \frac{1}{2x_{\text{max}}} du = \frac{C}{x_{\text{max}}},$$

amiből visszahelyettesítve kapjuk a valószínűséget

$$P_{\text{norm}} = \frac{C}{x_{\text{max}}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$- s_{\varepsilon \text{ norm}}^2 = ?$$

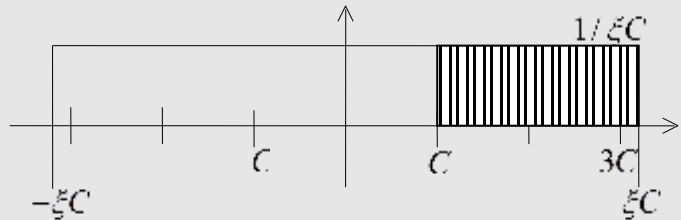
A normál működésre már ismert az összefüggés (ld. 2.2 feladat):

$$s_{x \text{ norm}}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = C^2 \cdot \frac{2^{-2n}}{3} = \frac{C^2}{3 \cdot 2^{16}}.$$

$$- s_{\varepsilon \text{ tulvez}}^2 = ?$$

A túlvezérelt működési tartományban a kvantálási zaj szórása az alábbiak szerint számítható:

$$\begin{aligned} s_{\varepsilon \text{ tulvez}}^2 &= \int (X(u) - \mu_x)^2 p_x(u) du = \\ &= 2 \int_C^{x_{\text{max}}} (u - C)^2 \frac{1}{2(x_{\text{max}} - C)} du = \\ &= \int_C^{\sqrt{10}C} \frac{u^2 - 2uC + C^2}{C(\sqrt{10} - 1)} du = \\ &= \frac{1}{C(\sqrt{10} - 1)} \left[\frac{u^3}{3} - u^2C + uC^2 \right]_C^{\sqrt{10}C} \\ &= C^2 \frac{13\sqrt{10} - 31}{3\sqrt{10} - 3} \approx C^2 \cdot 1,559 \end{aligned}$$



A fentiek részeredmények alapján, mivel $s_{\varepsilon \text{ norm}}^2 \ll s_{\varepsilon \text{ tulvez}}^2$, ezért élhetünk a következő közelítéssel:

$$s_{\varepsilon}^2 \approx (1 - P_{\text{norm}}) \cdot s_{\varepsilon \text{ tulvez}}^2 = \frac{\sqrt{10} - 1}{\sqrt{10}} \cdot s_{\varepsilon \text{ tulvez}}^2 = C^2 \left(\frac{13\sqrt{10} - 31}{3\sqrt{10}} \right),$$

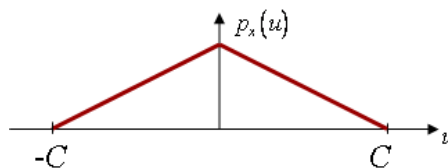
amiből a keresett kvantálási jel-zaj viszony a következő:

$$SNR = \frac{10 \frac{C^2}{3}}{s_{\varepsilon}^2} = \frac{10\sqrt{10}}{13\sqrt{10} - 31} \approx 3,128 \text{ (4,95dB)}$$

Látható, hogy a túlvezérlés megjelenésével meredeken csökken a jel-zaj viszony. (Megjegyzés: házi feladatként ennek vizualizációjára készíthető egy script plusz jegyért.)

1.13) Az $x(t) = \sin(2\pi 50t)$ jelet legalább hány bites egyenletes teljes kivezérlésű kvantálóval kell kvantálni, hogy $\text{SQNR} \geq 40$ dB jel/zaj viszonyt biztosítson?

- Mennyivel kellene növelni a bitek számát ugyanezen feltétel teljesítéséhez, ha a kvantáló tízszer nagyobb amplitúdójú jel esetében lenne teljesen kivezérelve?
- Mekkora mindkét esetben a Δ kvantálási lépésköz?
- Ha erre a kvantálóra egy véletlen jelet vezetünk (teljes kivezérléssel, azaz $C=1$) az ábrán felrajzolt sűrűségfüggvénnyel, akkor mekkora lesz az SQNR?
- Mekkora a kvantálási jel-zaj viszony, ha $n=5$ bites kvantálót normál tartományban használunk? (A kvantálót a C amplitúdóhoz illesztjük.)
- Mi történik túlvezérlés esetén, és hogyan jelentkezik ez a kvantálási jel-zaj viszonyban?
- Ismertesse (matematikai formulák nélkül), hogy milyen megfontolások vezetnek a logaritmikus kvantáláshoz!



1.14) Hány bites kvantálóra van szükség (egyenletes lépésközű kvantálás és teljesen kivezérelt szinuszos jel esetén), ha az elérni kívánt jel-zaj viszony 50 dB?

1.15) Rajzolja le az egyenletes lépésközű kvantálás esetén a kerekítési hiba (zaj) sűrűségfüggvényét, ha kvantálási lépésköz 0.01 V!

1.16) Az $x(t) = 5\sin(2\pi 50t) + \sin(2\pi 50t + \pi)$ jelet legalább hány bites egyenletes teljes kivezérlésű kvantálóval kell kvantálni, hogy $\text{SNR} \geq 40$ dB jel/zaj viszonyt biztosítson? Mennyivel kellene növelni a bitek számát ugyanezen feltétel teljesítéséhez, ha a kvantáló tízszer nagyobb amplitúdójú jel esetében lenne teljesen kivezérelve? Mekkora mindkét esetben a Δ kvantálási lépésköz?

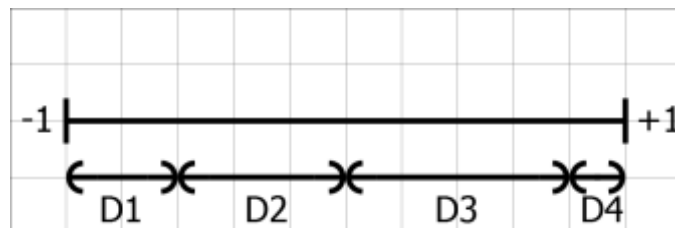
1.17) Legalább mekkora mintavételezési frekvenciát és legalább hány bites egyenletes kvantálást kell alkalmazni az $x(t) = 5\cos(2\pi \cdot 100 \cdot t^{[s]})$ jel digitalizálásakor, ha

elszeretnék kerülni az átlapolódás jelenségét és legalább 60dB-es kvantálási jel-zajviszonyt szeretnénk elérni? Adja meg a jel-zaj viszonyt azonos amplitúdójú és periódusidejű háromszög jel esetére!

1.18) Adott egy 2 bites kvantáló $[-1, +1]$ tartományon. Rajzolja be az optimális

kvantáláshoz tartozó kvantálási szimbólumokat $\left(Q_{opt} : \min_Q \sum_{i=1}^N \int_{\Delta_i} (x - q_i)^2 p(x) dx \right)$, ha

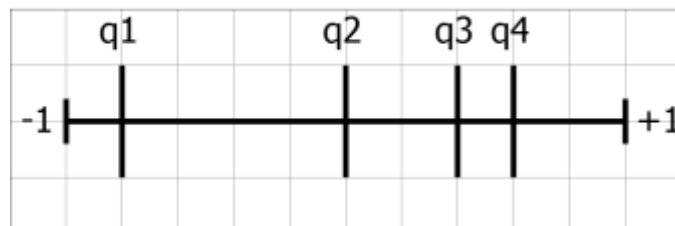
adottak a tartományok $\Delta_i \in \Delta$, $\Delta = \{[-1, -0.6], [-0.6, 0], [0, 0.8], [0.8, 1]\}$!



1.19) Adott egy 2 bites egyenletes kvantáló $[-1, +1]$ tartományon. Rajzolja be az optimális

kvantáláshoz tartozó tartományokat $\left(\Delta_{opt} : \min_{\Delta} \sum_{i=1}^N \int_{\Delta_i} (x - q_i)^2 p(x) dx \right)$, ha adottak a

kvantálási szimbólumok $q_i \in Q$, $Q = \{-0.8, 0, 0.4, 0.6\}$!



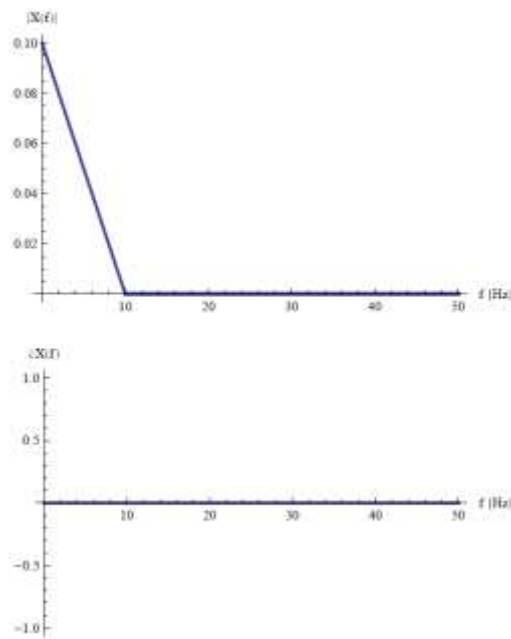
1.20) Adott egy jel valós értékű jel $x(t) = \frac{\sin(10\pi t)^2}{100\pi^2 t^2}$, $x(t) \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}$, aminek a spektruma:

$X(f) \in \mathbb{C}$ ismert az ábrán látható módon.

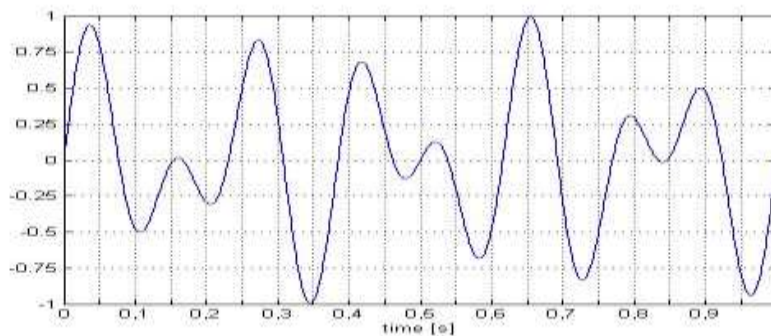
Rajzold le az $x(n)$ mintavett jel spektrumát $X_s(f)$ -et, ha a mintavételi frekvencia:

- $f_s = 10\text{Hz}$
- $f_s = 20\text{Hz}$

- $f_s = 30\text{Hz}$

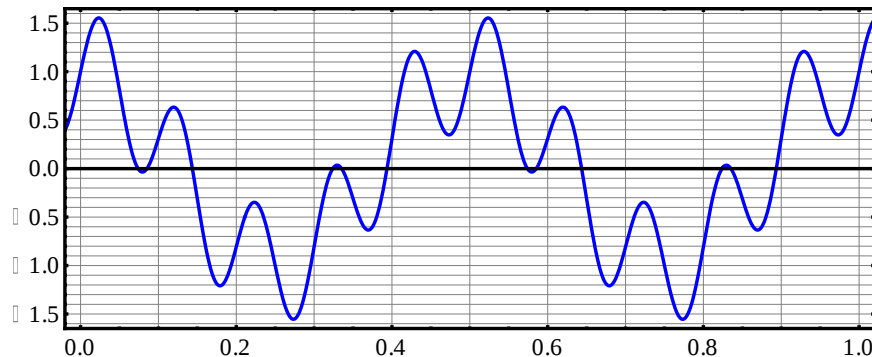


- 1.22) Mintavételezze és kvantálja az alábbi $x(t) = \frac{1}{2} \sin(2\pi 5t) + \frac{1}{2} \sin(2\pi 8t)$ jelet, ha a mintavételi frekvencia $f_s = 20\text{Hz}$, egyenletes $n=3$ bites kvantáló, valamint a jel teljesen kivezérelt! Rajzolja be az alábbi grafikonba a mintavételezett és kvantált jelet!



- Adja meg az $x(n)$ mintavett és $\hat{x}(n)$ kvantált jelet $n=0, \dots, 5$ esetén! (10 pont)
- Rajzolja fel az $x(n)$ mintavett jel spektrumát a $[-40\text{Hz}, 40\text{Hz}]$ frekvenciatartományon!

- 1.23)** Mintavételezze és kvantálja az ábrán látható $x(t) = 0.6\sin(2\pi 10t) + \cos(2\pi 2t)$ jelet, ha a mintavételi frekvencia $f_s = 10\text{Hz}$, egyenletes $n=3$ bites kvantáló, valamint a kvantálót a $[-1.6, 1.6]$ tartományra tervezték!



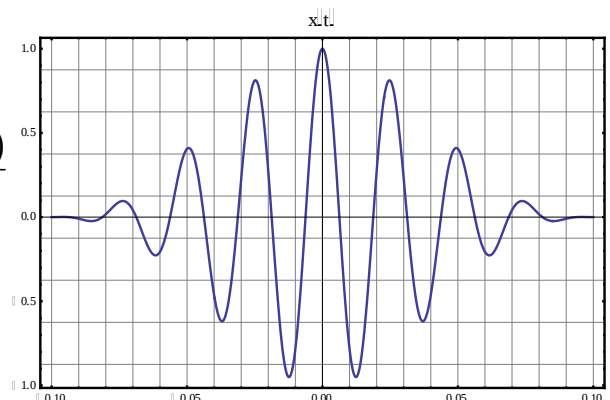
- Adja meg az $x(n)$ mintavett és $\hat{x}(n)$ kvantált jelet $n=0\dots 4$ esetén sorozat alakban valamint adja meg a kvantálási szimbólumokat!
- Rajzolja fel az $x(t)$ eredeti jel és az $x(n)$ mintavett jel (végtelen hosszú sorozat) amplitúdó spektrumát ($|X(f)|$ és $|X_s(f)|$ -et) a $[-40\text{Hz}, 40\text{Hz}]$ frekvenciatartományon!
- Adott ugyan ezen az amplitúdó tartományon egy 2 bites kvantáléhoz tartozó kvantálási határokat tartalmazó halmaz:

$$\Delta_i \in \Delta, \quad \Delta = \{[-1.6, 0], [0, 0.1], [0.1, 0.8], [0.8, 1.6]\}$$

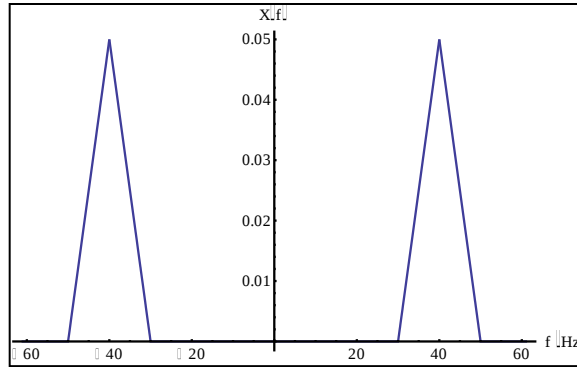
Adja meg a Lloyd-Max algoritmus következő iterációjaként előálló kvantálási szimbólumokat!

- 1.24)** Adott a következő folytonos időtartománybeli jel és annak spektruma:

$$x(t) = \frac{\sin^2(10\pi t) \cos(80\pi t)}{100\pi^2 t^2}$$



$$X(f) = \begin{cases} \frac{50+f}{200} & -50 \leq f < -40 \\ \frac{-30-f}{200} & -40 \leq f < -30 \\ \frac{200}{-30+f} & 30 \leq f < 40 \\ \frac{200}{50-f} & 40 \leq f < 50 \end{cases}$$



- a) Rajzolja le az $x_1[n] = x(nT_1)$ és az $x_2[n] = x(nT_2)$ mintavett jelek spektrumát, ha $f_{s,1} = 40\text{Hz}$ és ha $f_{s,2} = 120\text{Hz}$!
- b) Rajzolja le a fenti ábrába a jelet kvantálás és mintavételezés után, ha $f_s = 1/0.01\text{Hz}$ és a kvantáló 3 bites egyenletes lépésközű, ami a $[+1, -1]$ tartományra van tervezve. Jelölje a mintavett jel értékeit $\circ$ -el, a kvantált jel értékeit $\times$ -el! (5p)
- c) Hány bites kvantálót kellene alkalmaznunk, hogy a kvantálási jel-zaj viszony legalább 100 dB legyen, ha feltételezzük, hogy a kvantálási zaj egyenletes eloszlású és a jel tisztán szinuszos jellegű és teljesen kivezérli a kvantáló?