

Maximum likelihood

vannak egyes minták, amikor az összehasonlításon alapuló becslések miatt, hogy az a leghalásznivalós legyen.
A mintákban minden nem 0 elem!

Poisson eloszlás, a λ a hárdis ξ_1, \dots, ξ_n

$$L(\xi_1, \dots, \xi_n; \lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{\xi_i}}{\xi_i!} e^{-\lambda}$$

venem a természetesalaphoz logaritmusa: $\ln L(\xi_1, \dots, \xi_n; \lambda) = \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{\lambda^{\xi_i}}{\xi_i!} e^{-\lambda} \right) = -\sum_{i=1}^n \left(\xi_i \ln \lambda - \ln(\xi_i!) - \lambda \right)$

enek minden a részértékét: deriválva: $\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} (\dots) = \sum_{i=1}^n \left(\xi_i \cdot \frac{1}{\lambda} - 1 \right) =$

tudjuk, hogy $\frac{\sum \xi_i}{n} = \bar{\xi}$ (átlag) $= \frac{n \bar{\xi}}{\lambda} - n = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\lambda = \bar{\xi}}}$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda^2} = n \bar{\xi} (-1) \frac{1}{\lambda^2} \Big|_{\lambda=\bar{\xi}} < 0 \quad \text{jó maximum.}$$

Exponenciális eloszlás

$$L(\xi_1, \dots, \xi_n; \alpha) = \prod_{i=1}^n \alpha \cdot e^{-\alpha \xi_i} \Rightarrow \ln L(\dots) = \sum_{i=1}^n \ln(\alpha \cdot e^{-\alpha \xi_i}) = \sum_{i=1}^n (\ln \alpha - \alpha \xi_i) =$$

$$= n \ln \alpha - \alpha \sum \xi_i$$

deriválva

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = n \frac{1}{\alpha} - n \bar{\xi} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = \frac{1}{\bar{\xi}}}}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha^2} = -n \frac{1}{\alpha^2} \Big|_{\alpha=\frac{1}{\bar{\xi}}} < 0 \quad \text{jó maximum.}$$

$$P(\xi, \theta) = \sigma^{\xi_i} (1-\theta)^{1-\xi_i} \quad 0 < \theta < 1$$

$$L(\xi_1, \dots, \xi_n | \theta) = \prod_{i=1}^n \theta^{\xi_i} (1-\theta)^{1-\xi_i} \Rightarrow \ln L(\dots) = \sum_{i=1}^n \ln(\theta) \left[(1-\xi_i) + (1-\xi_i) + \dots + (1-\xi_i) \right] +$$

$$+ \ln \theta (\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{\theta} - \frac{n - \sum_{i=1}^n z_i}{1-\theta} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n z_i - \theta \sum_{i=1}^n z_i = \theta - \theta \sum_{i=1}^n z_i$$

$$\underline{\theta = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} = \bar{z}}$$

Laplace-egyenlőtlenség

$$P(|\bar{z} - E(\bar{z})| \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2(\bar{z})}{\varepsilon^2}$$

$$\underline{\underline{P(|\bar{z} - E(\bar{z})| \leq \varepsilon)} \leq \frac{\sigma^2(\bar{z})}{\varepsilon^2}}$$

centrális
kötettséges tétel

$$P\left(\frac{\bar{z}_1 + \dots + \bar{z}_n - n\mu}{\sigma \sqrt{n}} \leq y\right) = \Phi(y)$$

standard normális elv

$$\sigma^2(\bar{z}) = \sigma^2$$

$$\boxed{1} \quad E(\bar{z}) = 60 \quad \sigma(\bar{z}) = 7$$

szigetelés meghatározza, hogy milyen hosszú időt kell várni, hogy az átlag érték 50-70 között legyen?

$$P(50 < \bar{z} < 70) = P(|\bar{z} - E(\bar{z})| < 10) > 1 - \frac{\sigma^2(\bar{z})}{10^2}$$

$$> 1 - \frac{49}{10^2} = \underline{\underline{0,51}}$$

$$\boxed{2} \quad E(\bar{z}) = 4 \text{ deg} \quad \sigma(\bar{z}) = 3g = 0,3 \text{ deg}$$

az átlagból függő tömeg meghatározásához több adatot kell használni, mint a módszerrel.

$$P(|\bar{z} - E(\bar{z})| \geq 0,3 \cdot 1,5) \leq \frac{0,3^2}{(0,3 \cdot 1,5)^2} = \frac{1}{2,25}$$

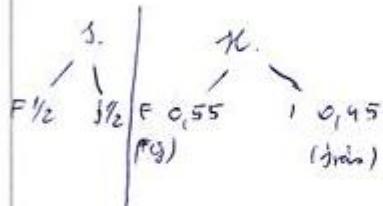
$$\boxed{3} \quad E(\bar{z}) = 160g \quad \sigma(\bar{z}) = 3g$$

esetleg szigetelés 80%-ban lefolyik mennyivel többet el?

$$P(|\bar{z} - E(\bar{z})| < \varepsilon) > 1 - \frac{\sigma^2(\bar{z})}{\varepsilon^2} = 0,8 \Rightarrow \underline{\underline{\varepsilon = 12}}$$

valnánk beugró törzsi

1) érme: ingesságot, hármas? Egyenlő földrajzi. Ha legalább 525 fej - hármas kevésből 525 fej - röger



Binomialis el.

Márka téved a tentatív, mert $P(x \geq 525)$

2) jó az érme

$$P(x \geq 525) = P\left(\frac{x - 1000 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}} > \frac{525 - 1000 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}}\right) = P(\textcircled{*}) > \frac{525 - 500}{5\sqrt{10}} =$$

rossz irányban van az egyenletek

$$= 1 - \Phi\left(\frac{5}{\sqrt{10}}\right) \approx 0,056$$

2) hármas az érme (de azt mondjam né, hogy jó)

$$P(3 \leq 525) = P\left(\frac{3 - 1000 \cdot 0,55}{\sqrt{1000 \cdot 0,55 \cdot 0,45}} < \frac{525 - 1000 \cdot 0,55}{\sqrt{1000 \cdot 0,55 \cdot 0,45}}\right) = \Phi(-1,59) =$$

$$= 1 - \Phi(1,59) \approx 0,056$$

Konfidenciavállalás: aból mityony nem működik adott lenne van. Nagy valószínűségek

$$P(\bar{x}_{1-\alpha} \leq E(\bar{x}) \leq \bar{x}_{\alpha})$$

$$\Rightarrow P(|\bar{x} - E(\bar{x})| \leq a)$$

5) $G = 1g$

95, 54, 54, 56, 57, 56, 55, 54, 54, 56, 55, 54, 57, 54, 56, 50

95%-os bevételek a várható

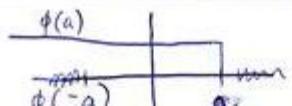
Standard normalis el.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = 55 \text{ (várható)}$$

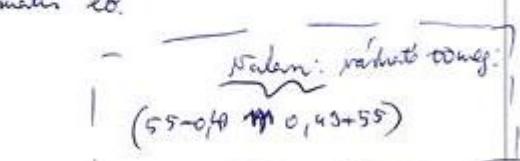
$$P(-a \leq E(\bar{x}) - \bar{x} \leq a) = P\left(\frac{|E(\bar{x}) - \bar{x}|}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{a}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$\underbrace{P(a) - P(-a)}_{\text{standardizálás}}$

$$\Phi\left(\frac{a\sqrt{n}}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{a\sqrt{n}}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{a\sqrt{n}}{\sigma}\right) - 1 = 0,95 \Rightarrow \Phi\left(\frac{a\sqrt{n}}{\sigma}\right) = \frac{1,92}{2} = 0,965$$



$$P(a) = 1 - \Phi(-a)$$



$$\frac{a\sqrt{16}}{4} = \frac{a\sqrt{16}}{4} = 1,96$$

$a = 0,49$