

Név:

Neptun kód:

2. Vizsgabeugró megoldással

Tegyük fel hogy ξ egy diszkrét valváltozó, a következő eloszlással:

ξ	0	1	2	3
$P(\xi = k)$	$\frac{2\theta}{5}$	$\frac{2(1-\theta)}{3}$	$\frac{3\theta}{5}$	$\frac{(1-\theta)}{3}$

Egy 12 elemű mintavétel a következő eredményt adja: (1,0,2,1,3,0,1,0,3,2,3,3). Mi lesz θ ML becslése?

Megoldás.

$$\begin{aligned}L(\theta) &= P(\xi = 1)P(\xi = 0)P(\xi = 2)P(\xi = 1) \dots P(\xi = 3) \\L(\theta) &= \left(\frac{2\theta}{5}\right)^3 \left(\frac{2(1-\theta)}{3}\right)^3 \left(\frac{3\theta}{5}\right)^2 \left(\frac{(1-\theta)}{3}\right)^4 \\l(\theta) &= \log L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log P(x_i|\theta) \\&= 3 \left(\log \frac{2}{5} + \log \theta \right) + 3 \left(\log \frac{2}{3} + \log(1-\theta) \right) + \\&\quad + 2 \left(\log \frac{3}{5} + \log \theta \right) + 4 \left(\log \frac{1}{3} + \log(1-\theta) \right) \\&= 5 \log \theta + 7 \log (1-\theta) + C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dl(\theta)}{d\theta} &= \frac{5}{\theta} - \frac{7}{1-\theta} = 0 \\5(1-\theta) &= 7\theta \rightsquigarrow \hat{\theta} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$