

Biofizika gyakorlófeladatok

Feczkó Botond

2019.01.19.

Egyenes illesztése

Adottak x_i és y_i adatok. Ekkor

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

k mértékegysége

n -ed rendű reakció esetén a sebességi állandó mértékegysége:

$$[M]^{(1-n)} s^{-1}$$

1. feladat

$$T_{1/4} = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$$

$$1/4 = e^{-600\lambda} \implies \lambda = -\frac{\ln 1/4}{600} = 2,31 \cdot 10^{-3} \text{ 1/s}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 300 \text{ s}$$

2. feladat

$$T_{1/2} = 25 \text{ h} = 90000 \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{90000} = 7,7 \cdot 10^{-6} \frac{1}{s}$$

$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\frac{1}{30} = e^{-7,7 \cdot 10^{-6} t} \implies t = \frac{\ln 1/30}{-7,7 \cdot 10^{-6}} = 441713,945 \text{ s}$$

3. feladat

$[A_0](\mu M)$	$v_0(\mu M/s)$	$\ln [A_0]$	$\ln v_0$
1	$8 \cdot 10^4$	0	11,28
2	$2,26 \cdot 10^5$	0,6931	12,33
5	$8,94 \cdot 10^5$	1,6094	13,7035
10	$2,53 \cdot 10^6$	2,3026	14,74
20	$7,16 \cdot 10^6$	2,9957	15,78

$$v = k \cdot [A]^n$$

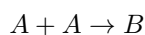
$$\underbrace{\ln v}_y = \underbrace{n}_m \underbrace{\ln [A]}_x + \underbrace{\ln k}_b$$

Az egyenesillesztés eredményeképp

$$m = n = 1,5003$$

$$b = \ln k = 11,2891 \implies k = 7,9943 \cdot 10^4 \frac{1}{M^{\frac{1}{2}} s}$$

4. feladat



$t(h)$	$[A](M)$
0	10^{-4}
1	$8,22 \cdot 10^{-5}$
2	$6,98 \cdot 10^{-5}$
3	$6,07 \cdot 10^{-5}$
4	$5,36 \cdot 10^{-5}$
5	$4,81 \cdot 10^{-5}$

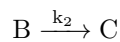
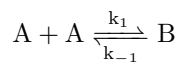
$$v = -\frac{d[A]}{dt} = k \cdot [A]^2$$

$$\underbrace{\frac{1}{[A]}}_y = \underbrace{k}_m \underbrace{t}_x + \underbrace{\frac{1}{[A]_0}}_b$$

Az egyenes illesztése után

$$m = k = 0,5998 \frac{1}{Ms}$$

5. feladat



$$k_2 \ll k_{-1} = \frac{1}{4} k_1$$

$$v_1 = -\frac{d[A]}{dt} = k_1[A]^2$$

$$v_{-1} = -\frac{d[B]}{dt} = k_{-1}[B]$$

$$v_2 = -\frac{d[B]}{dt} = k_2[B]$$

$$v = v_2 = k_2[B]$$

Egyensúly esetén

$$k_{-1}[B] = k_1[A]^2$$

$$[B] = \frac{k_1}{k_{-1}}[A]^2 = 4[A]^2$$

$$v = 4k_2[A]^2$$

6. feladat

$$T_1 = 10^\circ C = 283K \quad T_2 = 17^\circ C = 290K$$

$$10k_1 = 10Ae^{-E_a/RT_1} = Ae^{-E_a/RT_2} = k_2$$

$$-\frac{E_a}{RT_1} + \ln 10 = -\frac{E_a}{RT_2}$$

$$E_a = \frac{-\ln 10}{-\frac{1}{RT_1} + \frac{1}{RT_2}} = 2,2445 \cdot 10^5 J$$

7. feladat

$$\begin{aligned} A &\rightleftharpoons B & T &= 15^\circ C = 288 K \\ \Delta G^\circ &= 27 \text{ kJ/mol} \\ \Delta G^\circ &= -RT \ln K \implies K = 1,267 \cdot 10^{-5} \\ \frac{[B]}{[A]} &= 1 < K \\ K &< 1 \text{ ezért } B \rightarrow A \end{aligned}$$

8. feladat

$T(K)$	$v_0(M/s)$
275	$9,406 \cdot 10^{-4}$
283	$9,422 \cdot 10^{-4}$
323	$9,492 \cdot 10^{-4}$
523	$9,683 \cdot 10^{-4}$
1523	$9,890 \cdot 10^{-4}$

$$\begin{aligned} k &= A e^{-E_a/RT} \\ v &= k[A]^n = A e^{-E_a/RT} [A]^n \\ \underbrace{\ln v}_y &= -\underbrace{\frac{E_a}{R}}_m \underbrace{\frac{1}{T}}_x + \underbrace{n \ln [A] + \ln A}_b \end{aligned}$$

Az egyenes illesztéséből

$$m = -\frac{E_a}{R} = -16,8424 \implies E_a = -m \cdot R = 140,0275 \text{ J(?)}$$

9. feladat

$$M_w = 35 \text{ kDa} \quad w = 20 \text{ g/l} \quad T = 18^\circ C = 291 K \quad R = 0,0821 \text{ l} \cdot \text{atm/mol} \cdot K$$

a)

$$\begin{aligned} C_{\text{fehérje}} &= \frac{w}{M_w} = 0,57143 \cdot 10^{-3} \text{ M/l} \\ \pi_{\text{számolt}} &= RTC = 0,01365 \text{ atm} \end{aligned}$$

b)

Öt Na^{2+} disszociál. Ekkor

$$n = \frac{\pi_{\text{mért}}}{\pi_{\text{számolt}}} - 1 \implies \pi_{\text{mért}} = (n+1)\pi_{\text{számolt}} = 0,0819 \text{ atm}$$

c)

$$\begin{aligned} [A] &= 5,7 \cdot 10^{-4} M & [\text{glükóz}] &= 20 \mu M \\ \pi &= RT (C_{\text{fehérje}} - C_{\text{glükóz}}) = 0,0131 \text{ atm} \end{aligned}$$

10. feladat

$$\begin{aligned} R &= 0,0821 \text{ l} \cdot \text{atm/mol} \cdot K & w &= 15 \text{ g/l} \\ \pi_{25^\circ C} &= 0,0177 \text{ atm} & T &= 25^\circ C = 298 K \end{aligned}$$

$$\pi_{45^\circ C} = 0,0759 \text{ atm} \quad T = 45^\circ C = 318 K$$

$$0,0177 = 0,0821 \cdot 298 \cdot \frac{15}{M_{w_1}} \implies M_{w_1} = 2,07 \cdot 10^4 \text{ g/mol}$$

$$0,0759 = 0,0821 \cdot 318 \cdot \frac{15}{M_{w_2}} \implies M_{w_2} = 5,15 \cdot 10^3 \text{ g/mol}$$

$$n = \frac{M_{w_1}}{M_{w_2}} = 4,0194$$

Ebből az következik, hogy $n = 4$ és $M_w = 5,15 \text{ kDa}$.

11. feladat

$$M_w = 40 \text{ kDa} \quad w = 4 \text{ mg/ml} = 4 \text{ g/l} \quad T = 22^\circ C = 295 K \quad n = 2$$

$$C_f = \frac{w}{M_w} = 10^{-4} \text{ M/l} = a$$

1.

$$\pi_1 = RT(a + na) = 0,0821 \cdot 295 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 0,0073 \text{ atm}$$

2. $0,2 \text{ mM} = b \text{ NaCl}$

$$\pi_2 = RT \left(\frac{n(n+1)a^2 + 2ab}{na + 2b} \right) = 0,004 \text{ atm}$$

3. $0,2 \text{ M} = b \text{ NaCl}$

$$\pi_3 = 0,0024 \text{ atm}$$

4. $0,2 \text{ mM} = b \text{ NaCl}$

$$\Phi_1 = -\frac{RT}{z\mathcal{F}} \ln \left(\frac{b}{na + b} \right) = 0,0176 V = 17,6 \text{ mV}$$

5. $0,2 \text{ M} = b \text{ NaCl}$

$$\Phi_2 = 2,54 \cdot 10^{-5} V = 0,0254 \text{ mV}$$

12. feladat

$$[P] = 0,1 \text{ mM}$$

$[L]_{be}(\text{mM})$	$[L]_{sz}(\text{mM})$
0,05	$7,85 \cdot 10^{-4}$
0,1	$1,94 \cdot 10^{-3}$
0,2	$7,19 \cdot 10^{-3}$
0,4	$1,1 \cdot 10^{-1}$
0,8	$5,02 \cdot 10^{-1}$

$$\bar{\nu} = \frac{[L]_{be} - [L]_{sz}}{[P]}$$

Semleges fehérje esetén az egyenes:

$$\frac{\bar{\nu}}{[L]_{sz}} = \underbrace{-K}_m \underbrace{\bar{\nu}}_x + \underbrace{nK}_b$$

Az egyenes illesztéséből

$$m = -K = -249,6031 \implies K = 249,6031 \text{ } 1/\text{mM}$$

$$b = nK = 749,8798 \implies n = \frac{b}{K} = 3,0043$$

13. feladat

$$z_0 = -12 \quad z = 1 \quad [P] = 200 \cdot 10^{-6} M \quad w = 0,1$$

$[L]_{be}(M)$	$[L]_{sz}(M)$
10^{-4}	$2,308 \cdot 10^{-6}$
$5 \cdot 10^{-4}$	$2,074 \cdot 10^{-5}$
$2,5 \cdot 10^{-3}$	$8,796 \cdot 10^{-4}$
$1,25 \cdot 10^{-2}$	$1,055 \cdot 10^{-2}$
$6,25 \cdot 10^{-2}$	$6,051 \cdot 10^{-2}$

A $\bar{\nu}$ adatokat a következő összefüggésből számoljuk ki:

$$\bar{\nu} = \frac{[L]_k}{[P]} = \frac{[L]_{be} - [L]_{sz}}{[P]} = \begin{bmatrix} 0,4885 \\ 2,3963 \\ 1,1020 \\ 9,7500 \\ 9,9500 \end{bmatrix}$$

Ekkor

$$Z = z_0 + \bar{\nu}z$$

és töltött fehérje esetén az egyenes:

$$\underbrace{\frac{\bar{\nu}}{[L]_{sz} e^{-2wZz}}}_y = \underbrace{-K}_m \underbrace{\bar{\nu}}_x + \underbrace{nK}_b$$

Az egyenes illesztése után

$$m = -K = -2,2244 \cdot 10^3$$

$$b = nK = 2,2256 \cdot 10^4$$

tehát

$$K = 2,2244 \cdot 10^3 \frac{1}{M}$$

$$n = \frac{b}{K} = 10,0052$$

14. feladat

$$n = 4 \quad [P] = 100 \cdot 10^{-6} M$$

$[L]_{be}(M)$	$\bar{\nu}$
10^{-3}	0,0126
$2 \cdot 10^{-3}$	0,07
$3 \cdot 10^{-3}$	0,185
$4 \cdot 10^{-4}$	0,36
$5 \cdot 10^{-3}$	0,586

Az $[L]_{sz}$ adatokat a következő összefüggésből számoljuk ki:

$$[L]_{sz} = [L]_{be} - [P]\bar{\nu}$$

Ekkor

$$\underbrace{\lg\left(\frac{\bar{\nu}}{n - \bar{\nu}}\right)}_y = \underbrace{X}_m \underbrace{\lg[L]_{sz}}_x - \underbrace{\lg K}_b$$

Innen

$$m = X = 2,4977$$

15. feladat

Θ = telítettség mértéke

Ebben az esetben az egyenes illesztéséhez használt egyenlet:

$$\underbrace{\lg\left(\frac{\Theta}{100-\Theta}\right)}_y = \underbrace{X}_m \underbrace{\lg[L]_{sz}}_x - \underbrace{\lg K}_b$$

Ha ábrázoljuk az adatpontokat, akkor kitűnik, hogy az első- és utolsó két adatpontra az egyenes meredeksége egységnyi, míg a középső 6 adatpontra megegyezik a kooperativitás mértékével. A kooperativitás számolásánál az első- és utolsó két adatpontot nem vesszük figyelembe.

Ekkor

$$m = X = 2,5012$$

ezért

$$0 < X < n_{min} \implies n_{min} = 3$$

16. feladat

$$I = \frac{1}{2} \sum_i c_i z_i^2$$

1. $0,1\text{ M NaCl}$

$$I = 1/2 (0,1 \cdot 1 + 0,1 \cdot 1) = 0,1\text{ M}$$

2. $0,2\text{ M CaCl}_2$

$$I = 1/2 (0,2 \cdot 4 + 0,2 \cdot 1) = 0,6\text{ M}$$

3. $0,02\text{ M AlPO}_4$

$$I = 1/2 (0,02 \cdot 9 + 0,02 \cdot 9) = 0,18\text{ M}$$

4. $0,3\text{ M Fe}_2(\text{SO}_4)_3$

$$I = 1/2 (0,6 \cdot 9 + 0,9 \cdot 4) = 4,5\text{ M}$$

17. feladat

$$[K^+]_{bent} = 120\text{ mM}, [K^+]_{kint} = 10\text{ mM}, T = 37^\circ\text{C} = 310\text{ K}$$

a)

$$\Delta\Phi_1 = -\frac{RT}{z\mathcal{F}} \ln \frac{[K^+]_{bent}}{[K^+]_{kint}} = -66,4\text{ mV}$$

b)

$$T = 41^\circ\text{C} = 314\text{ K}$$

$$\Delta\Phi_2 = -\frac{RT}{z\mathcal{F}} \ln \frac{[K^+]_{bent}}{[K^+]_{kint}} = -67\text{ mV}$$

c)

$$[Ca^{2+}]_{bent} = 10\text{ mM} = 10^4\text{ }\mu\text{M}, [Ca^{2+}]_{kint} = 400\text{ }\mu\text{M}, n = 5\text{ }\mu\text{mol}, T = 310\text{ K}$$

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_1 = -66,4\text{ mV} = -0.0664\text{ V}$$

$$\Delta\bar{G} = RT \ln \frac{[Ca^{2+}]_{bent}}{[Ca^{2+}]_{kint}} - z\mathcal{F}\Delta\Phi = 8,314 \cdot 310 \cdot \ln \frac{10^4}{400} - 2 \cdot 96485 \cdot (-0,0664) = 2,1105 \cdot 10^4\text{ J}$$

$$\Delta G = n \cdot \Delta\bar{G} = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 2,1105 \cdot 10^4 = 0,1055\text{ J}$$

18. feladat

$$T = 63^\circ\text{C} = 336\text{K} \quad \Delta\Phi_{ny} = -90\text{ mV}$$

Ekkor

$$\Delta\Phi = -\frac{RT}{z\mathcal{F}} \ln \frac{[c]_{bent}}{[c]_{kint}}$$

	$[c]_{kint}(mM)$	$[c]_{bent}(mM)$	$\Delta\Phi(mV)$
Na^+	440	50	62,9
K^+	18	400	-89,7
Cl^-	560	15	-104,8
Ca^{2+}	10	0,4	46,5

$$\Delta\Phi_{ny} \approx \Delta\Phi_{K^+}$$

Ezért a K^+ tud átjárni a membránon.