Hallgató neve:

1. FELADAT

Oldja meg a következő egyenletet:

$x^4 - (7+3j)(5-2j)^{-1} = 0$

Összesen 100 pont

MEGOLDÁS:

$$x^4 = \frac{7+3j}{5-2j} \cdot \frac{5+2j}{5+2j}$$

$$x^4 = \frac{(7+3j)(5+2j)}{25+4} = \frac{35+14j+15j-6}{29} = 1+j$$

---

jó tudni:

$$z = a + jb = r(\cos\phi + j\sin\phi)$$

$$r = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$a = r\cos\phi \quad b = r\sin\phi$$

$$z^n = r^n \cos(n\phi) + j\sin(n\phi)$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\cos\left(\frac{\phi+k2\pi}{n}\right) + j\sin\left(\frac{\phi+k2\pi}{n}\right), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x^4 = 1 + i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$x_0 = \sqrt[8]{2}\left(\cos\frac{\pi}{16} + j\sin\frac{\pi}{16}\right)$$

$$x_1 = \sqrt[8]{2}\left(\cos\frac{9\pi}{16} + j\sin\frac{9\pi}{16}\right)$$

$$x_2 = \sqrt[8]{2}\left(\cos\frac{17\pi}{16} + j\sin\frac{17\pi}{16}\right)$$

$$x_3 = \sqrt[8]{2}\left(\cos\frac{25\pi}{16} + j\sin\frac{25\pi}{16}\right)$$

Hallgató neve:

2. FELADAT

Az ellenállás, induktivitás és kapacitás képviselik az elektronikában legyakrabban használt passzív áramköri elemeket.

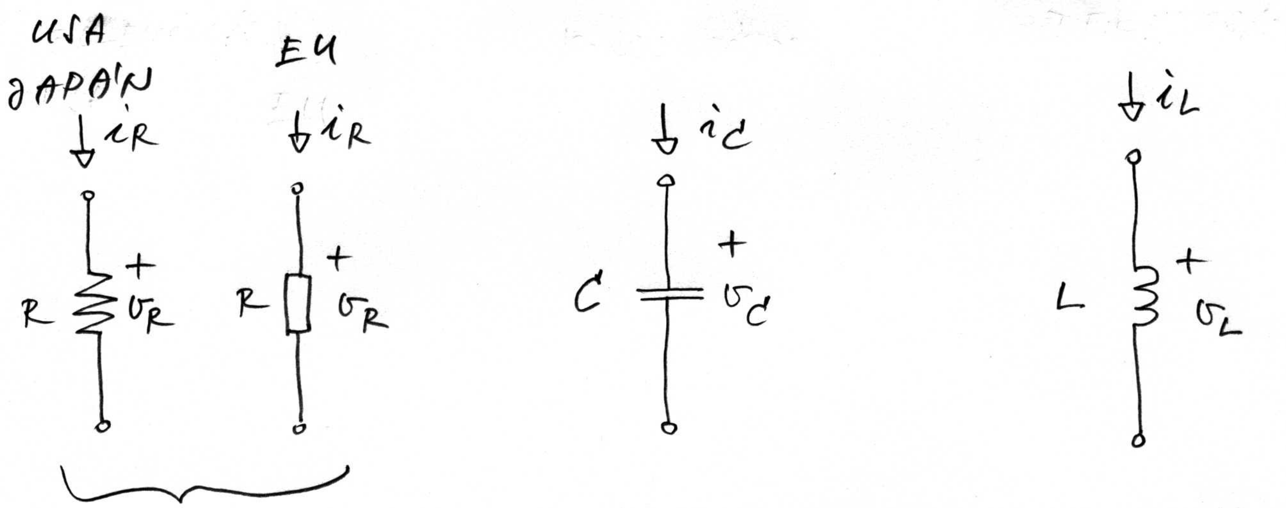
(2.1) Rajzolja le az R-L-C áramköri elemek rajzjeleit.

(2.2) A rajzokon jelölje be a feszültség–áram mérőirányokat.

(2.3) Adja meg az egyes áramköri elemekra vonatkozó, a berajzolt mérőirányok mellett érvényes egyenleteket.

MEGOLDÁS:

Összesen 100 pont



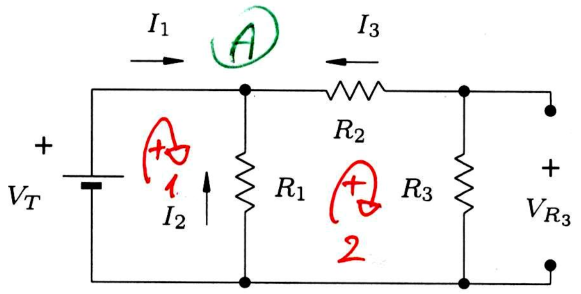
$v_R = R i_R$ $\qquad$ $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ $\qquad$ $v_L = L \frac{di_L}{dt}$

ELLENÁLLÁS $\qquad$ KONDENZÁTOR $\qquad$ TEKERCS

Hallgató neve:

3. FELADAT

Az alábbi áramkörben alkalmazott áramköri elemek értékei: $V_T = 10\ V$, $R_1 = 10\ \Omega$ és $R_2 = R_3 = 5\ \Omega$. A megadott mérőirányok mellett a Kirchhoff egyenletek alkalmazásával határozza meg I_1 és V_{R_3} értékét és azokat adja meg a mértékegységükkel egyetemben.



Összesen 100 pont

A: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

H_1: $-V_T - I_2 R_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = -\frac{V_T}{R_1}$

H_2: $I_2 R_1 - I_3 R_2 - I_3 R_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_3 = I_2 \frac{R_1}{R_2 + R_3} = -\frac{V_T}{R_1} \frac{R_1}{R_2 + R_3}$

$$I_1 - \frac{V_T}{R_1} - \frac{V_T}{R_1} \frac{R_1}{R_2 + R_3} = 0$$

$$\underline{\underline{I_1}} = \frac{V_T}{R_1}\left(1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3}\right) = \frac{V_T}{R_1} \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2 + R_3} = \underline{\underline{2A}}$$

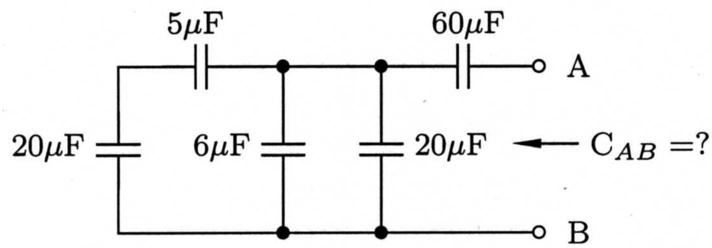
$$I_3 = -\frac{V_T}{R_1} \frac{R_1}{R_2 + R_3} = -1A$$

$$\underline{\underline{V_{R_3}}} = -I_3 R_3 = \underline{\underline{5V}}$$

Hallgató neve:

4. FELADAT

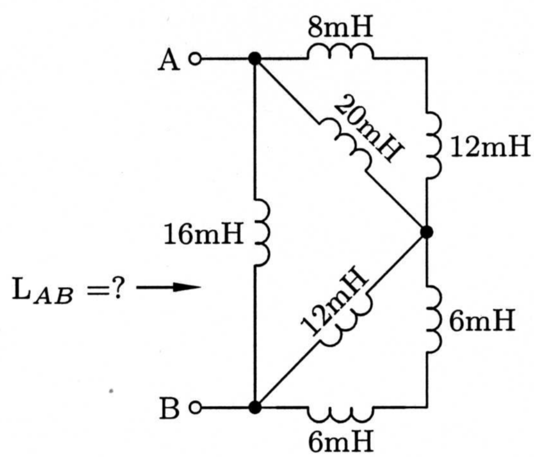
Határozza meg az alábbi kapacitáshálózat A és B pontjai között mérhető eredő kapacitás, C_{AB}, értékét!



REPLUSZ MŰVELET: $A \| B = \frac{AB}{A+B}$

MEGOLDÁS: $C_{AB} = (20 \| 5 + 6 + 20) \| 60 = 20\mu F$

Határozza meg az alábbi induktivitás-hálózat A és B pontjai között mérhető eredő induktivitás, L_{AB}, értékét!



MEGOLDÁS: $L_{AB} = [(8+12) \| 20 + (6+6) \| 12] \| 16$

$= 8mH$

Összesen 100 pont

Hallgató neve:

5. FELADAT

Bontsa parciális törtekre az alábbi törtet:

$$\frac{3x^2 - 17x + 16}{x^3 - 8x^2 + 16x}$$

Összesen 100 pont

MEGOLDÁS:

$$x^3 - 8x^2 + 16x = x(x-4)^2$$

$$\frac{3x^2 - 17x + 16}{x^3 - 8x^2 + 16x} = \frac{A}{(x-4)^2} + \frac{B}{(x-4)} + \frac{C}{x}$$

$$3x^2 - 17x + 16 = Ax + B(x-4)x + C(x-4)^4 = (B+C)x^2 + (A - 4B - 8C)x + 16C$$

$$B + C = 3 \quad A - 4B - 8C = -17 \quad C = 1$$

$$A = -1 \quad B = 2 \quad C = 1$$

Hallgató neve:

6. FELADAT

Adott a $\dfrac{dy}{dt} + Ay = B$ elsőrendű differenciál egyenlet, ahol A és B tetszőleges konstansok.

(5.1) Adja meg a megoldás lépéseit és $y(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett határozza meg a differenciál egyenlet teljes megoldását a $t \geq 0$ időintervallumra!

(5.2) Mit értünk az alatt, hogy egy megoldás teljes?

Összesen 100 pont

LIN. DIFF. EGY TELJES MEGOLDÁS = HOMOGÉN ÁLT. MEGOLDÁSA + INHOMOGÉN ADOTT GERJESZTÉSHEZ TARTOZÓ PARTIKULÁRIS MEGOLDÁSA

(5.1)/a HOMOGÉN DIFF. EGY. ÁLTALÁNOS MEGOLDÁSA

$$\frac{dy}{dt} + Ay = 0$$

MEGOLDÁS KERESÉSE $y_H(t) = C' e^{st}$ ALAKBAN

$$\frac{dy_H}{dt} + Ay_H = sC'e^{st} + AC'e^{st} = 0 \qquad \text{FELTESZEM } C'e^{st} \neq 0$$

$$s\cancel{C'}\cancel{e^{st}} + A\cancel{C'}\cancel{e^{st}} = 0 \Rightarrow s = -A \Rightarrow \underline{\underline{y_H(t) = C' e^{-At}}}$$

(5.1)/b INHOMOGÉN DIFF. EGY. ADOTT GERJESZTÉSHEZ TARTOZÓ PARTIKULÁRIS MEGOLDÁSA

$$\frac{dy}{dt} + Ay = B$$

MEGOLDÁS KERESÉSE $y_P(t) = D$ ALAKBAN

$$\frac{dy_P}{dt} + Ay_P = 0 + AD = B \Rightarrow \underline{\underline{y_P(t) = D = \frac{B}{A}}}$$

(5.2)/c A LIN. DIFF. EGY TELJES MEGOLDÁSA

$$y(t) = y_H(t) + y_P(t) = C' e^{-At} + \frac{B}{A}$$

(5.3)/d A C' KONSTANS KEZDETI FELTÉTELBŐL VALÓ MEGHATÁROZÁSA

$$y(0) = C' e^{-At}\Big|_{t=0} + \frac{B}{A} = C' + \frac{B}{A} \equiv 0$$

$$c' = -\frac{B}{A}$$

VISSZAHELYETTESÍTVE:

$$\underline{\underline{y(t) = \frac{B}{A}\left(1 - e^{-At}\right)}}$$

(5.2) A TELJES MEGOLDÁS AZT JELENTI, HOGY A MEGOLDÁS AZ ADOTT GERJESZTÉS (JOBB OLDAL), DE <u>VALAMENNYI</u> KEZDETI FELTÉTEL MELLETT ÉRVÉNYES.

7. FELADAT

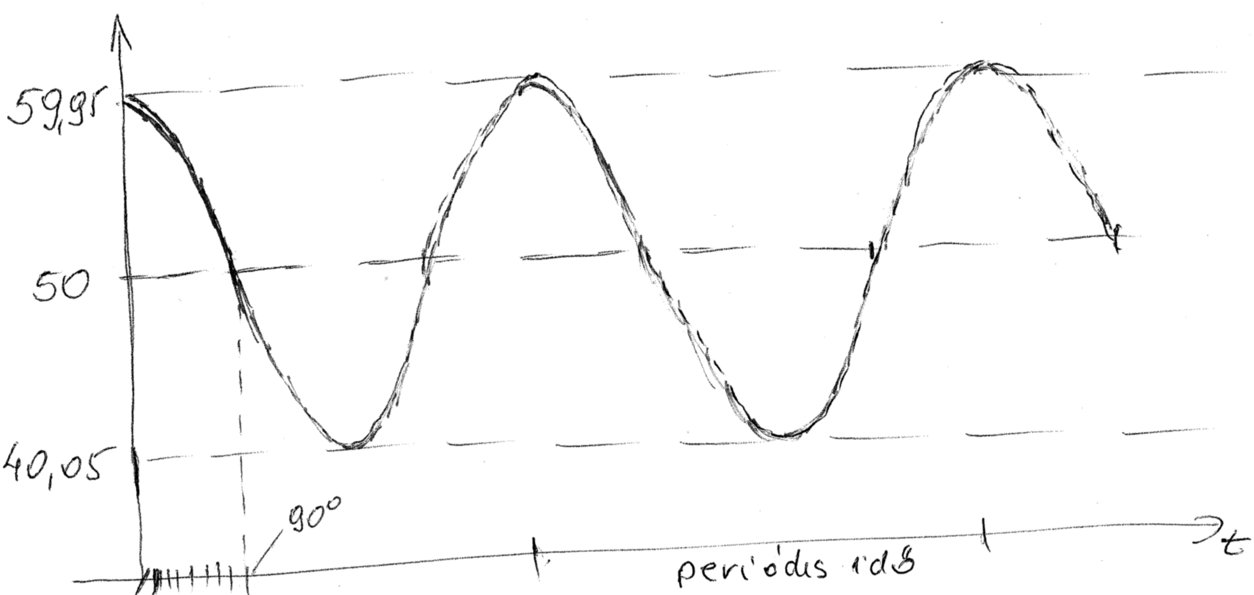
$$u(t) = 5\frac{\omega}{\omega_0} + \left|\frac{10j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}\right| \cos(\omega t + \phi)\ [V]$$

$$\omega = 10\omega_0 \rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = 10$$

$$u(t) = 50 + \left|\frac{100j}{1+10j}\right| \cos(\omega t + \phi)$$

$$\left|\frac{100j}{1+10j}\right| = \left|\frac{100 \measuredangle 90^\circ}{10,5 \measuredangle 84,2^\circ}\right| = \frac{100}{10,5} = 9,95$$

$$u(t) = 50 + 9,95 \cos\left(10\omega_0 \cdot sor \cdot \frac{\pi}{2} t + oszlop \cdot 10^\circ\right)$$



a "0" időpont helyzete függ az oszlop értékétől
pl: oszlop = 9 $\leadsto$ 90°-al eltolódik a fv.
Tudjuk, hogy a cos(x) függvény 2π szerint periódikus
ezért az $5 \cdot \pi \cdot t \cdot sor$ argumentum. $\frac{t}{\frac{5 \cdot sor}{2}}$ a periódus idő
pl sor = 5 $\leadsto$ $\frac{t}{12,5} = 80$[msec] a periódus idő