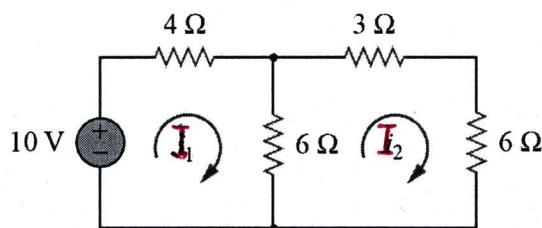
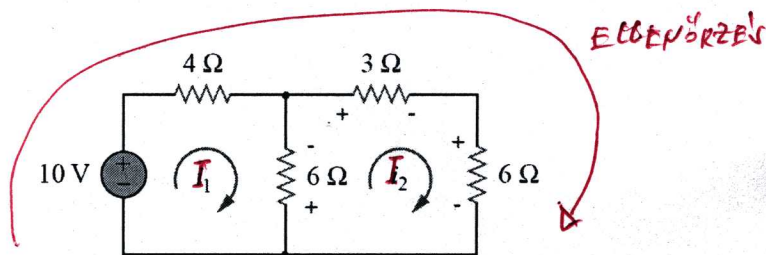
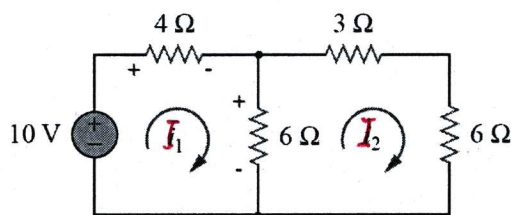


1. feladat:

Hurokáramok módszere segítségével számold ki a két bejelölt hurokáramot (I_1 és I_2).

Megoldás:

Ha nem lenne megadva a hurok áramok iránya akkor tetszőleges de a konzisztencia miatt érdemes mindig órajárásával megegyezően felvenni. Első lépésként bejelöljük az első hurok áramához tartozó feszültség irányokat majd a másodikhoz: (ellenállások esetén az irányt a kijelölt hurok áram iránya határozza meg!)



Ezután a két hurokra felírva a Kirchhoff huroktörvényeket ezt kapjuk (a kijelölt hurok áram irányával megegyező irány a pozitív):

$$-10 + 4I_1 + 6(I_1 - I_2) = 0$$

$$6(I_2 - I_1) + 3I_2 + 6I_2 = 0$$

a jobb oldali egyenletből kifejezve I_2 -őt majd ezt behelyettesítve a bal oldali egyenletbe megkapjuk az $I_1 = 1.316\text{A}$ és $I_2 = 0.526\text{A}$ végeredményt.

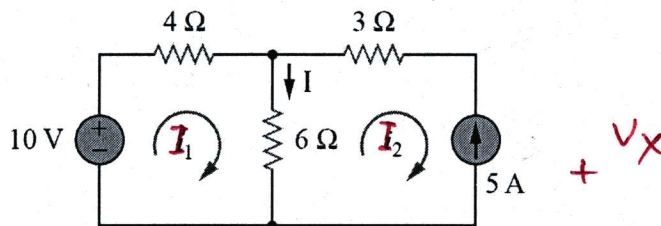
Ellenőrzés:

A külső hurokra felírva Kirchhoff huroktörvényét ellenőrizhetjük magunkat:

$$10 - 4I_1 - 3I_2 - 6I_2 = 0$$

Emellett egy jó mérnöki gyakorlat hogyha beírjuk a kapcsolás elemein eső feszültségeket és a rajtuk folyó áramokat és ezeket mintegy empirikusan leellenőrizzük szemmel.

2. feladat:



Az első feladathoz képest most az egyik 6Ω -os ellenállást egy áramgenerátorra cseréltük. A tanult hurokáramok módszere segítségével számold ki a két bejelölt hurokáramot (I_1 és I_2), az I ágáramot és az áramforráson eső feszültséget (V_x).

Megoldás:

Az előző feladathoz hasonlóan ugyanúgy bejelöljük a referencia irányokat. A második huroknál nagyon egyszerű a dolgunk mivel a hurokáramot az áramforrás határozza meg, azaz $I_2 = -5A$. (Általosságban ilyenkor csökken az egyenleteink száma ezért előnyös ilyenkor hurokáramok módszerével számolni.) Ezután az első hurokra felírva a Kirchhoff huroktörvényét ezt kapjuk:

$$-10 + 4I_1 + 6(I_1 - I_2) = -10 + 4I_1 + 6(I_1 + 5) = 0$$

amiből adódik, hogy $I_1 = -2A$. Az I ágáram a két hurokáramból adódik:

$$I = I_1 - I_2 = -2 - (-5) = 3A$$

míg a V_x értékét a második hurokra felírva Kirchhoff huroktörvényét:

$$6(I_2 - I_1) + 3I_2 - V_x = 0$$

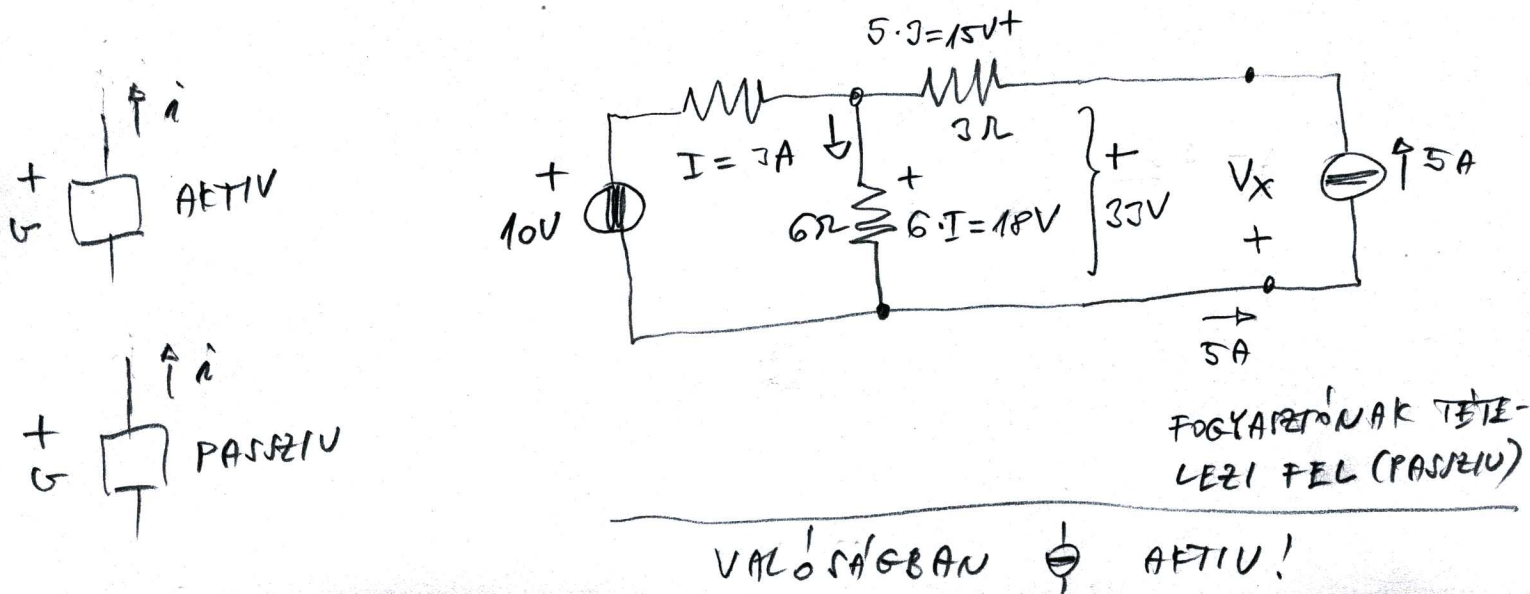
kaphatjuk meg, amiből pedig következik hogy $V_x = -33V$.

Ellenőrzés:

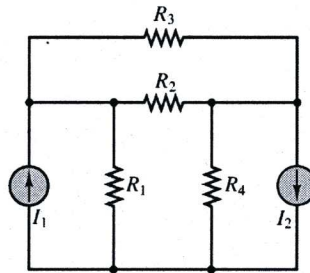
A külső hurokra felírva Kirchhoff huroktörvényét ellenőrizhetjük magunk:

$$10 - 4I_1 - 3I_2 + V_x = 0$$

Itt is egy jó mérnöki gyakorlat hogyha beírjuk a kapcsolás elemein eső feszültségeket és a rajtuk folyó áramokat és ezeket mintegy empirikusan leellenőrizzük szemmel.



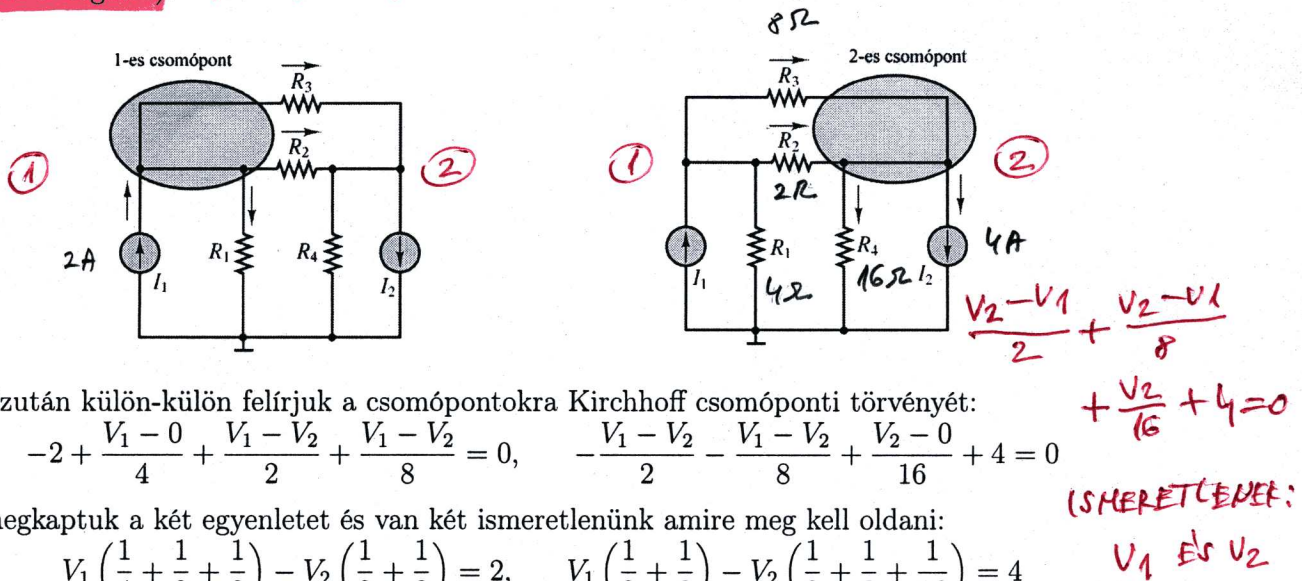
3. feladat:



A tanult csomóponti feszültségek módszere segítségével add meg a csomóponti feszültségeket. $I_1 = 2A$; $I_2 = 4A$; $R_1 = 4\Omega$; $R_2 = 2\Omega$; $R_3 = 8\Omega$; $R_4 = 16\Omega$

Megoldás:

A három csomópont közül egyet földként jelölünk meg, legyen ez a legalsó csomópont. (Ez tetszőlegesen megválasztható sőt ha úgy döntünk hogy nem jó helyre tettük akár át is helyezhető de akkor utána át kell számolni az eredményeket!) Ezután bejelöljük mind az 1-es (V_1) és mind a 2-es (V_2) csomópontokhoz tartozó áram irányokat (a befolyó áram lesz a negatív): *KIFOLYÓ A POZITIV ÁRAMIRÁNY*



Ezután külön-külön felírjuk a csomópontokra Kirchhoff csomóponti törvényét:

$$-2 + \frac{V_1 - 0}{4} + \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 - V_2}{8} = 0, \quad -\frac{V_1 - V_2}{2} - \frac{V_1 - V_2}{8} + \frac{V_2 - 0}{16} + 4 = 0$$

megkaptuk a két egyenletet és van két ismeretlenünk amire meg kell oldani:

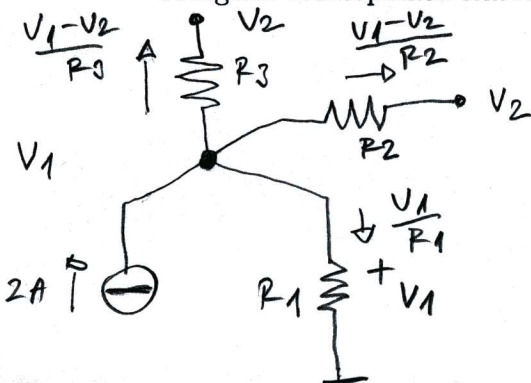
$$V_1 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right) - V_2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right) = 2, \quad V_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right) - V_2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) = 4$$

a bal oldali egyenletből kifejezve V_1 -et majd azt behelyettesítve a jobb oldali egyenletbe kapjuk hogy $V_1 = -5.33V$ valamint $V_2 = -10.67V$. (Vegyük észre, ha feszültség forrás lenne az I_1 áramgenerátor helyén akkor egy egyenlettel csökkentenénk az egyenletek számát tehát akkor előnyös lehetne a csomóponti potenciálok módszere)

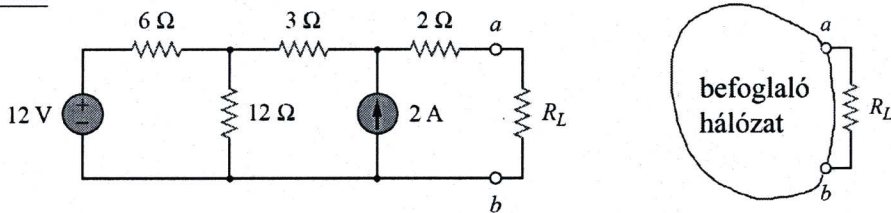
Ellenőrzés:

A legalsó csomópont felírva Kirchhoff csomópont törvényét:

$$2 - \frac{V_1}{4} - \frac{V_2}{16} - 4 = 0$$



4. feladat:

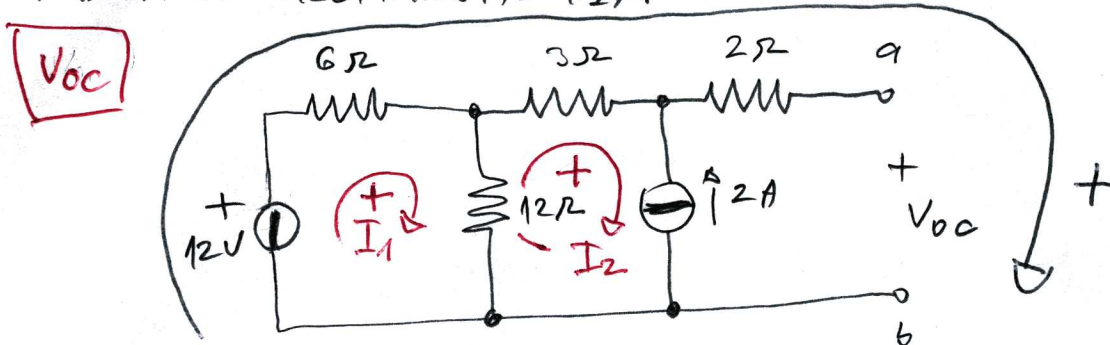


Mekkora R_L terhelő ellenállás érték mellett maximális az itt látható kétpólus teljesítménye? Nyissunk egy kaput az $a-b$ pontoknál és számítsuk ki és rajzoljuk fel a befoglaló hálózat $a-b$ kapocspárra vonatkoztatott V_{th} feszültségű és R_{th} soros ellenállású Thevenin helyettesítő képét, valamint az I_N áramú Norton-t helyettesítő képét. Miért jó ez a módszer például nemlineáris i-v karakterisztika esetén?

Megoldás:

$R_L = R_{th}$ esetén maximális a kivethető teljesítmény

THEVENIN HELYETTESÍTŐ KÉP:



HURKÁRAMOKAL: $I_2 = -2A$

$$-12 + 6I_1 + 12(I_1 - I_2) = -12 + 6I_1 + 12I_1 + 24 = 0$$

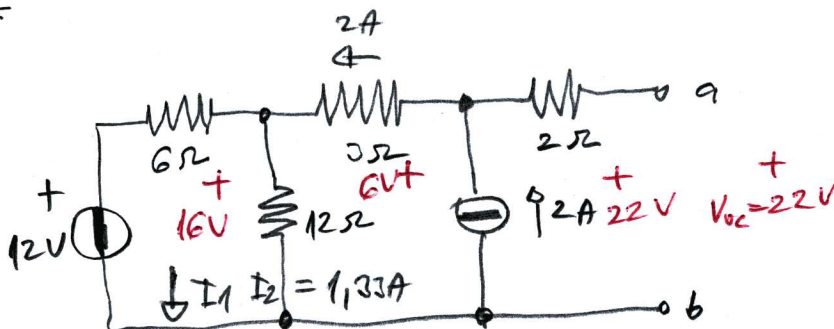
$$I_1 = -\frac{12}{18} = -\frac{2}{3} = -0,667A$$

$V_{oc} = V_{th}$ A KÜLÖ HURKRA 1RT HURKEGYENLETTEL

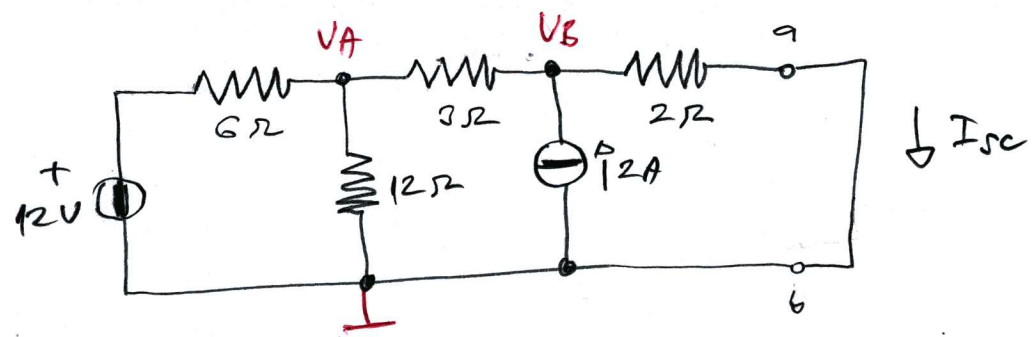
$$-12 + 6I_1 + 3I_2 + 2 \cdot 0 + V_{oc} = 0$$

$$\underline{V_{oc} = V_{th} = 12 - 6I_1 - 3I_2 = 22V}$$

VAGY



I_{sc}



СРОКОВАНТИ ПОТЕНЦИАЛОВАЛ (БЕТОЧНО А/РАМ А ПОЗИТИВ)

$$\left. \begin{aligned} \frac{12 - V_A}{6} - \frac{V_A}{12} + \frac{V_B - V_A}{3} &= 0 \\ \frac{V_A - V_B}{3} + 2 - \frac{V_B}{2} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 24 - 2V_A - V_A + 4V_B - 4V_A &= 0 \\ 2V_A - 2V_B + 12 - 3V_B &= 0 \end{aligned}$$

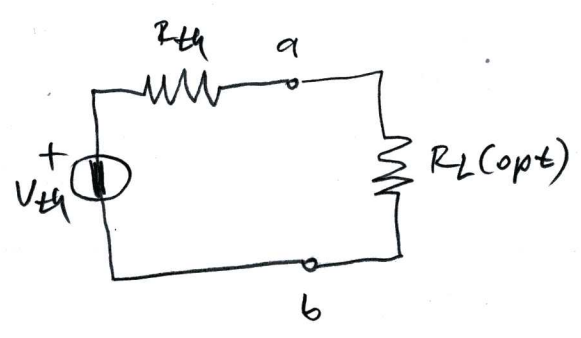
$$\begin{aligned} 7V_A - 4V_B &= 24 \\ 2V_A - 5V_B &= -12 \end{aligned}$$

$$V_B = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 24 \\ 2 & -12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{-84 - 48}{-35 + 8} = \frac{-132}{-27} = 4,889V$$

$$\underline{I_{sc}} = \frac{V_B}{2\Omega} = \underline{2,44A}$$

$$\underline{R_{th}} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \underline{9\Omega}$$

THEVENIN



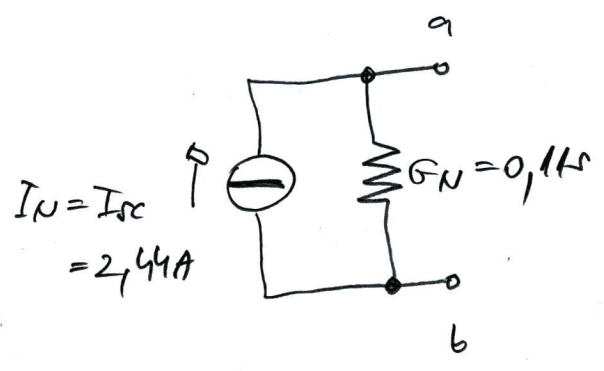
$$R_{th} = 9\Omega$$

$$V_{th} = 22V$$

$$R_{L(opt)} = R_{th} = 9\Omega$$

NORTON

$$G_N = \frac{1}{R_{th}} = 0,11S$$

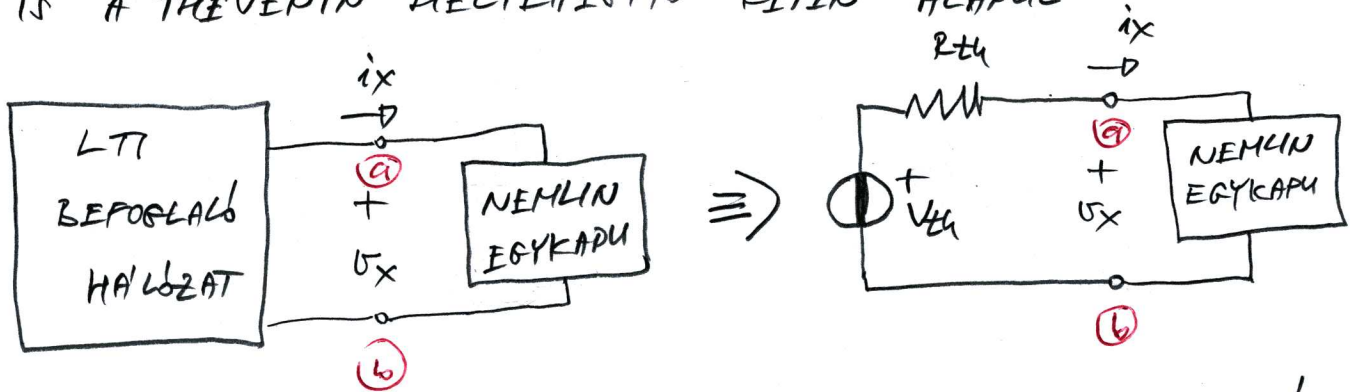


$$\begin{aligned} I_N &= I_{sc} \\ &= 2,44A \end{aligned}$$

EMLÉKEZTETŐ

6

NEMLINEÁRIS ÉRZŐZŐK MUNKAPONTJÁNAK MEGHATÁROZÁSA
IS A THEVENIN HELYETTESÍTŐ KÉPEN ALAPUL

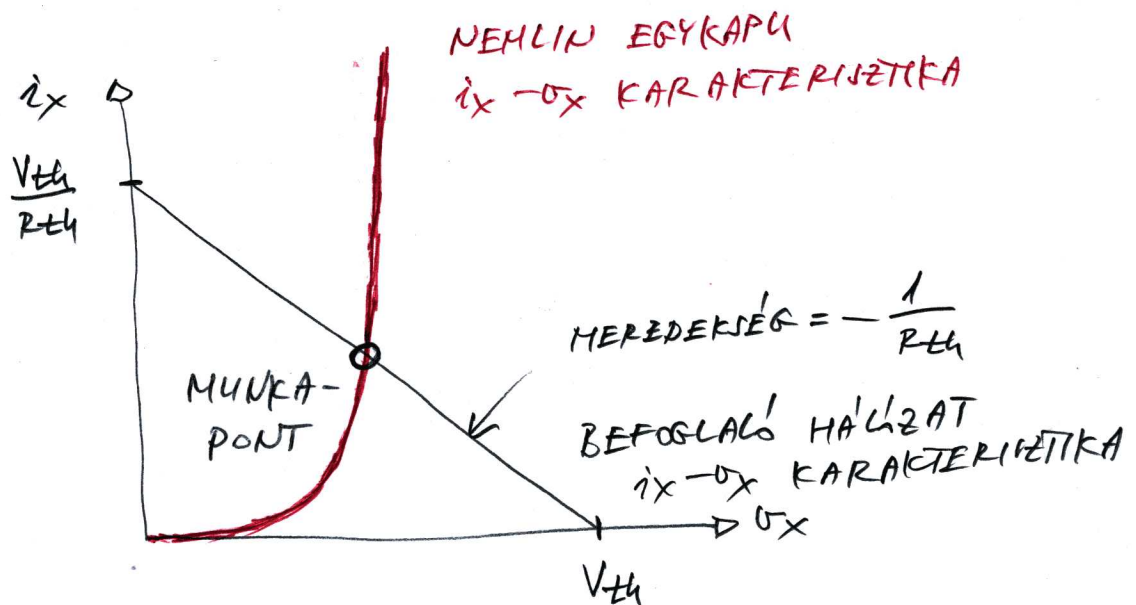


BEFOGLALÓ HÁLÓZATRA IRHATÓ

$$U_x = V_{th} - i_x R_{th}$$

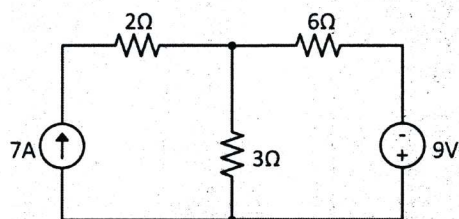
$$i_x = -\frac{1}{R_{th}} U_x + \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

GRAFIKUS MEGOLDÁS: (FESZ - ÁRAM KARAKTERISZTIKA):



MUNKAPONT: BEFOGLALÓ HÁLÓZATON ÉS A NEMLIN ÉRZŐZŐN
AZONOS i_x ÉS U_x LÉP FEL!

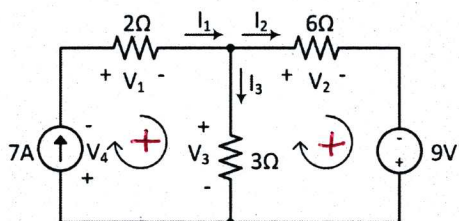
5. feladat:



Számítsd ki az összes áramköri elemen eső feszültséget és az azokon folyó áramokat három módszert használva. (Kirchhoff egyenletek, hurok áramok és csomóponti potenciálok módszerével) Hasonlítsd össze, hogy mikor melyik módszer lehet az előnyösebb.

Megoldás "egyszerű" Kirchhoff egyenletekkel:

Tehát berajzoltuk a referencia irányokat és a két hurok körbejárási irányát amely körül fogjuk a Kirchhoff hurok törvényét alkalmazni. A feladat ugyanazon V_1, V_2, V_3, V_4 és az I_2, I_3 értékét meghatározása. ($I_1 = 7A$)



Σ 6 ISMERETLEN
 $V_1, V_2, V_3, I_1, I_2, I_3$
 DE $I_1 = 7A$
 VÉGÜL 5 ISMERETLEN

Ez 6 ismeretlent jelent amihez legalább 6 egyenletre van szükségünk. A 3 ellenállásra 3 Ohm törvényt kapásból fel tudunk írni:

$$(V_1 = 2I_1 = 14V) \quad V_2 = 6I_2 \quad V_3 = 3I_3$$

A bal oldali hurokra Kirchhoff hurok törvényét felírva:

$$V_4 + V_1 + V_3 = V_4 + 14 + V_3 = 0$$

A jobb oldali hurokra felírva:

$$-V_3 + V_2 - 9 = 0$$

Valamint az ellenállások közös pontjára felírva a Kirchhoff csomóponti törvényét:

$$-I_1 + I_2 + I_3 = -7 + I_2 + I_3 = 0$$

3 EGYENLET
 DE EGY MEGOLDOTT
 2 EGYENLET
 1 EGYENLET

Tehát van 5 egyenletünk 5 ismeretlenünk már csak meg kell oldanunk. A második kettő Ohm törvényéből következő egyenletet behelyettesítve a második hurok egyenletbe:

$$-3I_3 + 6I_2 - 9 = 0$$

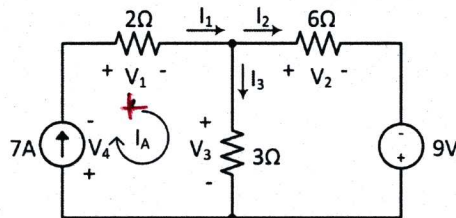
Ebből és az utolsó csomóponti egyenletből $I_2 = 10/3A$ ezt visszahelyettesítve az e fölötti egyenletbe kapjuk az $I_3 = 11/3A$ -t. Majd ezeket visszahelyettesítve a második kettő egyenletbe kapjuk a $V_2 = 20V$ -ot és a $V_3 = 11V$ -ot. Végül a V_3 -at visszahelyettesítve a bal oldali hurok egyenletbe kapjuk a $V_4 = -25V$ végeredményt.

Tehát ez a megoldás is ugyan olyan jó eredményt ad mind bármelyik; előnye, hogy egyszerűen felírhatók a Kirchhoff csomóponti és hurok egyenletek de ezek száma igen sok, ami egy bonyolult rendszer esetében egyértelmű hátrány!

5 ISMERETLEN / 5 EGYENLET

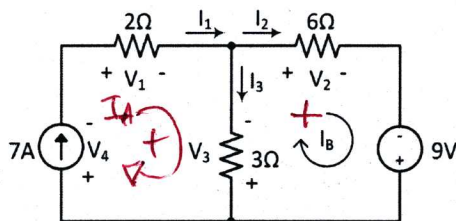
Megoldás hurokáramok módszerével:

A feladat most is ugyanaz, elsőnek a bal oldali hurokkal kezdünk: (I_A az órajárásával megegyező irányba kijelölt hurok áram)



Mivel az áramforráson átfolyó áram nem lehet más mint maga az értéke ezért $I_A = 7A$ így erre a hurokra nem kell felírunk egyenletet.

Ezután akkor nézzük a jobb oldali hurkot ahol ugyancsak az órajárásával megegyező irányba vesszük fel az I_B hurokáram irányát:



Vedd észre, hogy a 3Ω -os ellenállás polaritása előjelet vált hiszen I_B ellentétes irányú I_3 -al! Ezután akkor írjuk fel erre a hurokra a Kirchhoff hurok törvényét az I_A és I_B hurok áramok segítségével:

$$3(I_B - I_A) + 6I_B - 9 = 0$$

ahol $I_A = 7A$

} EGY IS MERETLEN ÉS
EGY EGYENLET

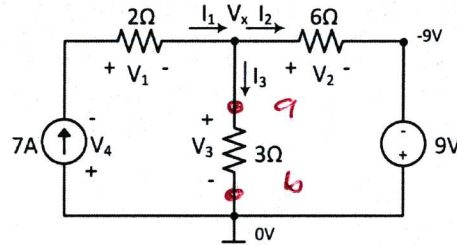
egyenletet kapjuk. (A 3Ω -os ellenálláson két hurok áram is áthalad ezért kellett ezek előjeles összegét venni.) Behelyettesítve az $I_A = 7A$ -t meg is kapjuk az $I_B = 10/3A$ eredményt. Így adódik tehát hogy $I_A = I_1 = 7A$, $I_2 = I_B = 10/3A$ és hogy az $I_3 = I_A - I_B = 21/3 - 10/3 = 11/3A$.

Mivel megvannak az áramok a feszültségek számolhatók Ohm-törvénnyel.

Összességként a hurok áramok módszere kevesebb egyenletet generál mint az előző megoldás és a hálózatban található áramforrások esetén ez akár azok számával tovább csökkenhet. A kapott egyenletekben a feszültségforrások pedig egyszerűsítik a képletet.

Megoldás csomóponti potenciálok módszerével:

A feladat most is ugyanaz, elsőnek kijelölünk egy föld pontot.



Egy csomóponti egyenletet fogunk számolni (V_x -re). A feszültség forrás egyik vége földre került így rögtön tudjuk, hogy akkor a másik vége $-9V$ potenciálban van a földponthoz képest. Akkor írjuk fel a V_x potenciálú csomópontokra a Kirchhoff csomóponti törvényét a csomóponti feszültségek módszerével: **ELFOLYÓ A POZITÍV ÁRAMIRÁNY**

$$-7 + \frac{V_x - 0}{3} + \frac{V_x - (-9)}{6} = 0$$

} EGY ISMERETLEN ÉS EGY EGYENLET

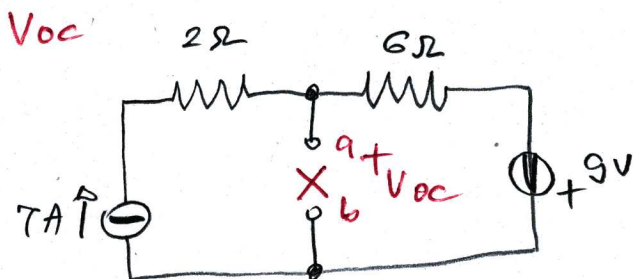
Amiből adódik hogy $V_x = V_3 = 11V$ és hogy $V_2 = V_x - (-9) = 20V$. $V_1 = 7 \cdot 2 = 14V$ triviálisan adódik Ohm-törvényéből és a többi áram is ugyancsak könnyen számolható.

Ha marad idő akkor érdemes lenne a föld pontot áthelyezni és úgy is kiszámolni az eredményeket majd vissza számolni és összevetni az előző megoldás eredményeivel.

Összegzésként ez a módszer is az előzőhöz hasonlóan kevesebb egyenletet produkál általában de itt a feszültség források redukálhatják azokat.

MEGOLDÁS THÉVENIN HELYETTESÍTŐ KÉPPEL:

CIEMELTÜNK A 3Ω ($V_3 - I_3$) ELLENÁLLÁST. A BEFOGLALÓ HÁLÓZAT:

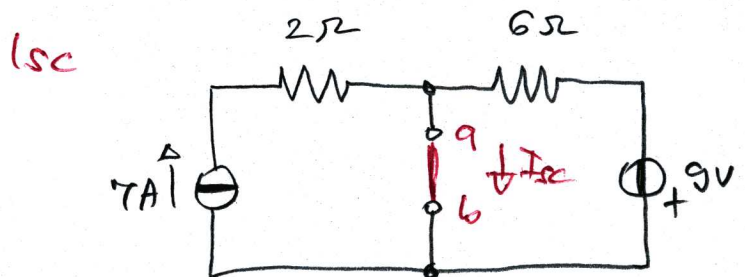


SUPERPOZÍCIÓVAL:

$$V_{oc} = 6 \cdot 7 - 9 = 33V$$

$$V_{th} = V_{oc} = 33V$$

$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = 6\Omega$$



SUPERPOZÍCIÓVAL:

$$I_{sc} = 7 - \frac{9}{6} = 5,5A$$

