

Matematikai analízis III.

Tételjegyzék 2017

1. Vektormező. Derivált és mérőszámai: divergencia, rotáció. Fizikai és szemléletes jelentés. Alapösszefüggések, deriválási szabályok. Vonalintegrál: definíció és kiszámítás. Speciális eset $\mathbb{R}^2$ -ben.
2. Egyszerű sokaságok $\mathbb{R}^n$ -ben. Ezek parametrikus és implicit megadása. Példák. Vonal $\mathbb{R}^n$ -ben, felület $\mathbb{R}^3$ -ban. Sokaság határa. Felületi integrál $\mathbb{R}^3$ -ban. Fluxus, ennek fizikai jelentése. Gauss-Osztrogradskij tétel. Bizonyítás ötlet.
3. Stokes tétel $\mathbb{R}^3$ -ban. Cirkuláció, ennek szemléletes jelentése. Sokaság, általános eset. Parametrikus megadás: térkép és atlasz. Tangens tér és normál tér - parametrikus és implicit megadású sokaság esetén.
4. Elemi k -formák $\mathbb{R}^n$ -ben. k -formák $\mathbb{R}^n$ -ben. Külső szorzat, alaptulajdonságai. Differenciál k -formák. Külső deriválás. Ennek tulajdonságai. Poincarre lemma
5. Differenciálformák $\mathbb{R}^3$ -ban. Külső deriválás és vektormező deriváltak közti kapcsolat. Integrálás sokaságokon: differenciál k -forma integrálja k -dimenziós sokaságon $\mathbb{R}^n$ -ben. (Segítség: spec. esetként $k = 1$ ill. $k = n = 3$.)
6. Green tétel. Általános Stokes tétel. A korábban megismert integráltranszformációs tételek (pl. N-L, G-O, stb.) mint az általános Stokes tétel speciális esetei.
7. Variációszámítás motiváció: fizikai példák. Feladat matematikai modellje. Optimum létezésének szükséges feltétele: Euler-Lagrange egyenlet. Speciális esetek. Példa: Brachistocrone feladat, annak megoldása.
8. Variációszámítás alapfeladat, $F(x, u, u')$ hiányos változókkal. Speciális esetekben a stacionáris megoldásra vonatkozó feltételek. Példa: forgástest felszín minimalizálása. Alkalmazás a mechanikában: Hamilton elv. Energiamegmaradás törvénye. Feltétel melletti optimalizálás.
9. Variációszámítás alapfeladatának általánosítása. Több függvény együttes stacionaritása. Optimum létezésének szükséges feltétele: Euler-Lagrange egyenlet.. Pl. geodetikus görbék. Gömb felszínén legrövidebb út két pont között.
10. Variációszámítás alapfeladatának általánosítása. Többváltozós függvény, mint ismeretlen. Optimum létezésének szükséges feltétele: Euler-Lagrange egyenlet. Pl minimális felszín. Példa: húr mozgásának egyenlete.

11. PDE típusai, alapkérdések. Elsőrendű lineáris PDE. Példa: Transzport egyenlet, értelmezése. Homogén egyenlet megoldása. Inhomogén egyenlet. Gyenge megoldás, szakadás terjedése időben. Laplace egyenlet $\mathbb{R}^2$ -beli tartományban. Fizikai háttér.
12. Laplace egyenlet. Peremfeltételek típusai. Példa: Megoldás az egység négyzetben Dirichlet feltétellel. Példa: Laplace egyenlet polárkoordinátákban, megoldása kör alakú tartományon.
13. Hővezetés egyenlete. Példa: hőterjedés végtelen hosszú rúdban. Megoldás a Fourier transzformáció segítségével. A kezdeti hőmérséklet-eloszlás továbbterjedése, példák.
14. Hővezetés véges rúdban. Peremfeltétel és kezdeti feltétel. Összenergia. Hővezetés időbeli megfordítása: A megoldás "felrobban". Inhomogén hővezetési egyenlet megoldása.
15. Hiperbolikus PDE: hullámegyenlet. Megoldás 1 dimenzióban végtelen húr esetén: D'Alembert féle megoldás. Kezdeti szakadás terjedése időben. Megoldás 1 dimenzióban véges húr esetén Dirichlet kezdetifeltétellel. . Inhomogén hullámegyenlet megoldása.