Név: ....

Pontszám: ....

Jegy: ....

PPKE ITK Műszaki Informatika Szak
Analízis II. 1. zárthelyi
2004. március 25.

1. *(9 pont)* Fejtsük Fourier-sorba az alábbi függvényt:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha} \quad -\pi < x < 0, \\ \pi - x & \text{ha} \quad 0 < x < \pi. \end{cases}$$

2. *(7 pont)* Legyen

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x - y} & \text{ha} \quad x \neq y, \\ 0 & \text{ha} \quad x = y. \end{cases}$$

   a) Igazoljuk, hogy bármely egyenes mentén a $(0, 0)$ pontba tartva a függvényértékek 0-hoz tartanak.

   b) Igazoljuk, hogy f nem folytonos a $(0, 0)$ pontban.

3. *(8 pont)* Vizsgáljuk meg differenciálhatóság szempontjából az alábbi függvényt a $(0, 0)$ pontban.

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{ha} \quad (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{ha} \quad (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

4. *(7 pont)* Írjuk fel az $f(x, y) = \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x}$ függvény grafikonjának $P_0(1, 1, \dfrac{\pi}{4})$-beli érintősíkjának egyenletét.

5. *(10 pont)* Határozzuk meg az alábbi függvény lokális szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit:

$$f(x, y) = y^3 - x^2 - 4y^2 + 2xy.$$

6. *(9 pont)* Határozzuk meg az $f(x, y) = 3x - 2y$ függvénynek a $4x^2 + y^2 = 4$ feltétel melletti abszolút szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit (Lagrange féle multiplikátor szabályt alkalmazva).