

HF39 Írjuk fel a másodfokú $T(x, y)$ Taylor-polinomot a megadott P_0 középpont körül:

(a) $f(x, y) = 4x^3 - x^2y - 2xy^2 + 2y^3 + x^2 - y^2 - 2xy + 3x + 2y - 1$; $P_0 = (1; 1)$

(b) $f(x, y) = \frac{\cos x}{\cos y}$; $P_0 = (0; 0)$

(c) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$; $P_0 = (0; 0)$

HF40 Rendezzük át $(x - 2)^k \cdot (y + 3)^l$ alakú hatványok lineáris kombinációjává az alábbi polinomot:

$$f(x, y) = 3x^2 + 2xy - 4y^2 + 2x - 3y - 1$$

HF41 Számítsuk ki az alább megadott f függvény kettős integrálját a megadott R tartományon (ahol lehet, többféleképpen is: egyik sorrend, másik sorrend, szeparabilitás):

a) $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2$, tartomány: $R = [1; 2] \times [0; 3]$;

b) $f(x, y) = xy \cdot \sin(x^2 + y^2)$, tartomány: $\left[0; \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right] \times \left[0; \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right]$;

c) $f(x, y) = e^{x+y}$, tartomány: $[1; 4] \times [1; 2]$;

HF42 Egy R négyszög csúcsai: $A(1; 0)$, $B(1; 4)$, $C(0; 2)$, $D(0; 1)$. Számítsuk ki a

$$\iint_R (x^2 + 2xy) \, dR$$

kettős integrált.

HF43 Számítsuk ki az alább megadott f függvény kettős integrálját a megadott R tartományon (ahol lehet, mindkét módon):

a) $f(x, y) = x^2 + y$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1, y^2 \leq x \leq \sqrt{y}\}$;

b) $f(x, y) = x^2 + y^2$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$;

c) $f(x, y) = 2y + x + 2$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq \frac{1}{x}\}$;

d) $f(x, y) = x \cdot e^y$, az R tartományt az $y = x^2$ és az $y = x$ görbék határolják;

e) $f(x, y) = x^2 + y^2$, az R tartomány egy négyszög, melynek csúcsai:

$$(0; 0), (3; 0), (2; 1), (1; 1).$$

f) $f(x, y) = 4 - y^2$, az R tartományt az $y = 2 - x^2$ és az $y = x^2 - 2$ görbék határolják.

HF44

Jelölje T az xy síknak azt a tartományát, melyet az $y^2 = x + 3$ görbe és az y -tengely határolnak.

Számítsuk ki annak a hengersizű testnek a térfogatát, amelyet a $z = y^2 - 2x$ felület, az xy sík fent megadott T tartománya, továbbá a T határgörbéjére állított, z -tengellyel párhuzamos alkotók határolnak.

HF45

Jelölje T az xy síknak azt a háromszögtartományát, melynek csúcsai: $(0; 0)$, $(2; 1)$, $(0; 2)$.

Számítsuk ki annak a hengersizű testnek a térfogatát, amelyet a $z = xy$ felület, az xy sík fent megadott T tartománya, továbbá a T határgörbéjére állított, z -tengellyel párhuzamos alkotók határolnak.