

HF8 Ábrázoljuk a síkbeli koordináta-rendszerben az alábbi tartományokat, és adjunk meg hozzájuk belső, külső és határpontokat:

- a) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x - 3y \leq 0\};$
- b) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} < 3\};$
- c) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}, x^2 \leq y \leq 2-x\};$
- d) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 2-y\}.$

HF9 Ábrázoljuk az alábbi pontsorozatok néhány tagját, és vizsgáljuk meg a sorozatokat korlátosság és konvergencia szempontjából:

- a) $P_n = (n, \frac{1}{n});$
- b) $P_n = ((-1)^n, \frac{(-1)^n}{n});$
- c) $P_n = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}, \frac{n-1}{n+1});$
- d) $P_n = (\sqrt[n]{n}, \frac{n}{2^n}).$

HF10 Az alábbi számpárok pontok polárkoordinátáit jelentik. Adjuk meg ezeket a pontokat derékszögű (Descartes) koordinátákkal. Ábrázoljuk is a pontokat.

$$(2; \frac{2\pi}{3}), \quad (4; \frac{\pi}{3}), \quad (2; \frac{7\pi}{6}), \quad (0; \frac{20\pi}{17}), \quad (3; \frac{7\pi}{4}), \quad (3; \frac{\pi}{4}), \quad (0; \frac{\pi}{2}), \quad (3; \frac{5\pi}{6})$$

HF11 Az alábbi számpárok pontok derékszögű (Descartes) koordinátáit jelentik. Adjuk meg ezeket a pontokat polárkoordinátákkal. Ábrázoljuk is a pontokat.

$$(\sqrt{3}; 1), \quad (-\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{1}{4}), \quad (0; 0), \quad (0; -3), \quad (-1; -\sqrt{3}),$$
$$(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}), \quad (\frac{3}{2}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}), \quad (\sqrt{2}; -\sqrt{2})$$

HF12

Az alábbi síkgörbéket a szokásos (derékszögű koordinátákkal) felírt egyenletükkel adjuk meg. Határozzuk meg ezekből az egyenletekből a görbék polárkoordinátás egyenletét, majd nevezzük meg és ábrázoljuk is a görbéket.

- (a) $x = 7$
 - (b) $x - 2y = 3$
 - (c) $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 16$
 - (d) $xy = 2$
 - (e) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
-

HF13

Határozzuk meg a következő $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvények értelmezési tartományát:

- a) $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2};$
 - b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2};$
 - c) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}};$
 - d) $f(x, y) = \frac{x + 2}{4 - x^2 - y^2};$
 - e) $f(x, y) = 2 \cdot \sqrt{xy};$
 - f) $f(x, y) = \ln(x + y);$
 - g) $f(x, y) = \arcsin(y - x);$
 - h) $f(x, y) = \ln(x) + \ln(\sin(y));$
 - i) $f(x, y) = \frac{x^2}{\sin y}.$
-

HF14

Határozzuk meg a következő $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvények értelmezési tartományát:

- a) $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2};$
 - b) $f(x, y, z) = \ln(16 - 4x^2 - 4y^2 - z^2)$
-

HF15

„Ábrázoljuk” a következő $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvényeket (grafikon vázlata, megnevezése, szintvonalak, nevezetes metszetgörbék – amelyik megy):

- a) $f(x, y) = x^2 + 4y^2;$
- b) $f(x, y) = y^2 - 2x;$
- c) $f(x, y) = \sqrt{x + y};$
- d) $f(x, y) = \cos(x + \sqrt{3}y);$
- e) $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2};$
- f) $f(x, y) = y \cdot \sin x.$
- g) $f(x, y) = \sin(y);$
- h) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 4y^2}.$