

HF7 Írjuk fel az alább megadott függvények Fourier-sorát (ahol 2π hosszúságú intervallumon adjuk meg a függvényt, ott értelemszerűen a 2π szerint periodikus kiterjesztést is f -fel jelöljük).

Konvergens-e a kapott Fourier-sor? Mi az összege? Milyen nevezetes numerikus sorösszeget tudunk ebből levezetni?

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0, \\ \frac{\pi}{2} - 2x & \text{ha } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{ha } \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{3\pi}{2}. \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{\pi}{2} - x \quad \text{ha } -\pi < x < \pi$$

$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} x & \text{ha } -\frac{\pi}{3} < x \leq \frac{\pi}{3}, \\ \frac{\pi}{3} & \text{ha } \frac{\pi}{3} < x \leq \frac{2\pi}{3}, \\ \pi - x & \text{ha } \frac{2\pi}{3} < x \leq \frac{4\pi}{3}, \\ -\frac{\pi}{3} & \text{ha } \frac{4\pi}{3} < x \leq \frac{5\pi}{3}. \end{cases}$$

$$(d) \quad f(x) = x \cdot \cos(x) \quad \text{ha } -\pi < x < \pi$$

$$(e) \quad f(x) = \cos^4(x) \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$(f) \quad f(x) = \sin^3(x) \quad (x \in \mathbb{R})$$