

1. Órai feladatok 8. hét

1.1. feladat

1.1.1. (a)

Az első síknegyed szögfelezőjének meredeksége 1. Az a kérdés, hogy az $f(x) = -x^2 + x + 2$ függvénynek mikor lesz a deriváltja 1. Tehát

$$f'(x) = 1 - 2x = 1 \implies x = 0.$$

1.1.2. (b)

Az $x = -\frac{1}{2}x + 5$ egyenletű egyenes meredeksége $-\frac{1}{2}$. Az a kérdés, hogy az $f(x) = \arctg \frac{1}{x-2}$ függvénynek mikor lesz a deriváltja $-\frac{1}{2}$. Tehát

$$f'(x) = \frac{(x-2)^2}{(x-2)^2 + 1} \cdot \frac{-1}{(x-2)^2} = -\frac{1}{(x-2)^2 + 1} = -\frac{1}{2} \implies x = 1 \quad \text{vagy} \quad x = 3.$$

1.2. feladat

$$(\sin x^{\cos x})' = e^{\ln \sin x \cdot \cos x} \left(\frac{\cos x}{\sin x} \cdot \cos x - \ln \sin x \cdot \sin x \right)$$

1.3. feladat

$$\left((2x+3)^{4x} \right)' = e^{\ln(2x+3) \cdot 4x} \left(\frac{8x}{2x+3} + 4 \ln(2x+3) \right)$$

1.4. feladat

$$F(x, y) = 4xy^3 - x^2y + x^3 - 5x + 4 = 0$$

(a)

$$\frac{dF}{dx} = 4y^3 + 4x \cdot 3y^2 \frac{dy}{dx} - 2xy - x^2 \frac{dy}{dx} + 3x^2 - 5 = 0 \implies \frac{dy}{dx} = \frac{-4y^3 + 2xy - 3x^2 + 5}{12xy^2 - x^2}$$

(b)

$$P_1(1, 0) \implies \frac{dy}{dx} = -2 \implies e: \quad y = -2(x-1)$$

$$P_2\left(1, \frac{1}{2}\right) \implies \frac{dy}{dx} = \frac{5}{4} \implies e: \quad y = \frac{1}{2} + \frac{5}{4}(x-1)$$

$$P_3\left(1, -\frac{1}{2}\right) \implies \frac{dy}{dx} = \frac{3}{4} \implies e: \quad y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4}(x-1)$$

