Polinomosztás

Cél: *nem valódi* racionális törtfüggvények felírása egy racionális egész függvény és egy *valódi* racionális törtfüggvény összegeként (*valódi* racionális törtfüggvény: a számláló alacsonyabb fokú, mint a nevező).
Azaz: $\frac{p(x)}{q(x)}$ átírása $r(x) + \frac{p^*(x)}{q(x)}$ alakba, ahol r rac. egész fv. és $p^*(x)$ fokszáma alacsonyabb $q(x)$ fokszámánál.

1. $$\underbrace{\frac{4x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 10x + 2}{2x^2 - 3x - 1}}_{\frac{p(x)}{q(x)}} = \underbrace{2x^2 + 2}_{r(x)} + \underbrace{\frac{-4x + 4}{2x^2 - 3x - 1}}_{\frac{p^*(x)}{q(x)}}$$

Mo.:

$$\begin{array}{rcccl} (4x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 10x + 2) & : & (2x^2 - 3x - 1) & = & 2x^2 + 2 \\ 4x^2 - 10x + 2 & & & & \\ -4x + 4 & & & & \end{array}$$

Az osztás eredménye: $2x^2 + 2$, a maradék: $-4x + 4$.

2. $$\frac{x^5 - x^4 - 15x^3 + 14x^2 + 6x - 6}{x^2 + 3x - 3} = x^3 - 4x^2 + 2$$

Mo.:

$$\begin{array}{rcccl} (x^5 - x^4 - 15x^3 + 14x^2 + 6x - 6) & : & (x^2 + 3x - 3) & = & x^3 - 4x^2 + 2 \\ -4x^4 - 12x^3 + 14x^2 + 6x - 6 & & & & \\ 2x^2 + 6x - 6 & & & & \\ 0 & & & & \end{array}$$

3. $$\frac{6x^5 + 7x^4 + 4x^3 + x^2 + 1}{3x^3 + 2x^2 + x} = 2x^2 + x + \frac{1}{3x^3 + 2x^2 + x}$$

Mo.:

$$\begin{array}{rcccl} (6x^5 + 7x^4 + 4x^3 + x^2 + 1) & : & (3x^3 + 2x^2 + x) & = & 2x^2 + x \\ 3x^4 + 2x^3 + x^2 + 1 & & & & \\ 1 & & & & \end{array}$$

4. $$\frac{x^3 - 2x^2 + 3x + 3}{x + 1} = x^2 - 3x + 6 - \frac{3}{x + 1}$$

Mo.:

$$\begin{array}{rcccl} (x^3 - 2x^2 + 3x + 3) & : & (x + 1) & = & x^2 - 3x + 6 \\ -3x^2 + 3x + 3 & & & & \\ 6x + 3 & & & & \\ -3 & & & & \end{array}$$

5. $$\frac{2x^3 + 3x^2 - x - 3}{2x^2 + x - 5} = x + 1 + \frac{3x + 2}{2x^2 + x - 5}$$

Mo.:

$$\begin{array}{rcccl} (2x^3 + 3x^2 - x - 3) & : & (2x^2 + x - 5) & = & x + 1 \\ 2x^2 + 4x - 3 & & & & \\ 3x + 2 & & & & \end{array}$$

6. $$\frac{x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 7x - 2}{x^2 + x - 3} = x^3 + 2x^2 - x + 1 + \frac{3x + 1}{x^2 + x - 3}$$

Mo.:

$$\begin{array}{rcccl} (x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 7x - 2) & : & (x^2 + x - 3) & = & x^3 + 2x^2 - x + 1 \\ 2x^4 + x^3 - 6x^2 + 7x - 2 & & & & \\ -x^3 + 7x - 2 & & & & \\ x^2 + 4x - 2 & & & & \\ 3x + 1 & & & & \end{array}$$

7. $\dfrac{2x^3 - 2x^2 + x + 4}{x^3 + x + 1} = 2 + \dfrac{-2x^2 - x + 2}{x^3 + x + 1}$

Mo.:

$$\begin{array}{llll} (2x^3 - 2x^2 + x + 4) & : & (x^3 + x + 1) & = \quad 2 \\ \quad -2x^2 - x + 2 & & & \end{array}$$

8. $\dfrac{3x^2 + x + 1}{x^2 - x - 2} = 3 + \dfrac{4x + 7}{x^2 - x - 2}$

Mo.:

$$\begin{array}{llll} (3x^2 + x + 1) & : & (x^2 - x - 2) & = \quad 3 \\ \quad 4x + 7 & & & \end{array}$$

9. $\dfrac{x^3 - x^2 + x + 3}{4x + 1} = \dfrac{1}{4}x^2 - \dfrac{5}{16}x + \dfrac{21}{64} + \dfrac{\frac{171}{64}}{4x + 1}$

Mo.:

$$\begin{array}{llll} (x^3 - x^2 + x + 3) & : & (4x + 1) & = \quad \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{16}x + \frac{21}{64} \\ \quad -\frac{5}{4}x^2 + x + 3 & & & \\ \quad \quad \frac{21}{16}x + 3 & & & \\ \quad \quad \quad \frac{171}{64} & & & \end{array}$$