

Gyakorló feladatok határozatlan integrál témakörből

1. $\int \left(2e^x - 2^x + \frac{1}{2x} \right) dx =$

2. $\int \left(\frac{\cos x}{\pi} - \frac{3}{\operatorname{ch}^2 x} + \frac{1}{\sqrt{4+4x^2}} \right) dx =$

3. $\int (1 + \sqrt{x})^4 dx =$

4. $\int (\sqrt{x} + 1) \cdot (x - \sqrt{x} + 1) dx =$

5. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx =$

6. $\int \frac{\sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x} + 1} dx =$

7. $\int \frac{1 + 2x^2}{x^2 \cdot (1 + x^2)} dx =$

8. $\int \frac{\sqrt{9x^2 - 9} - 1}{\sqrt{x^2 - 1}} dx =$

9. $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx =$

10. $\int \frac{x + \cos^2 x}{x \cdot \cos^2 x} dx =$

11. $\int x^3 \cdot \sin x dx =$

12. $\int x \cdot 5^x dx =$

13. $\int (x^2 + 3x - 1) \cdot e^x dx =$

14. $\int (x - 1)^3 \cdot \log_2 x dx =$

$$15. \int \ln(x^2 + 1) dx =$$

$$16. \int x \cdot \operatorname{arctg} x dx =$$

$$17. \int e^x \cdot \sin x dx =$$

$$18. \int \sin x \cdot \operatorname{ch} x dx =$$

$$19. \int (5x - 4)^6 dx =$$

$$20. \int \cos(7x + 2) dx =$$

$$21. \int \frac{1}{\operatorname{ch}^2(3x + 1)} dx =$$

$$22. \int \frac{\operatorname{th}^5 x}{\operatorname{ch}^2 x} dx =$$

$$23. \int \frac{x}{\sqrt[5]{x^2 - 1}} dx =$$

$$24. \int (x + 1) \cdot \sqrt{x^2 + 2x - 3} dx =$$

$$25. \int \frac{\ln^2 x}{x} dx =$$

$$26. \int \frac{2x - 1}{x^2 - x + 9} dx =$$

$$27. \int \frac{x^2}{x^3 + 1} dx =$$

$$28. \int \frac{e^x + 1}{e^x + x} dx =$$

$$29. \int \operatorname{tg} x dx =$$

$$30. \int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx =$$

$$31. \int x \cdot e^{-x^2} dx =$$

$$32. \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x}{\sin^2 x} dx =$$

$$33. \int 2^{\operatorname{ch} x} \cdot \operatorname{sh} x \, dx =$$

$$34. \int \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx =$$

$$35. \int \sqrt{4x^2 + 4x + 5} \, dx =$$

$$36. \int \sqrt{8 - 2x - x^2} \, dx =$$

$$37. \int \sqrt{x^2 - 2x - 1} \, dx =$$

$$38. \int \frac{x^2}{\sqrt{1 - 2x - x^2}} \, dx =$$

$$39. \int \frac{x^3}{x+1} \, dx =$$

$$40. \int \frac{1}{x^2 - 2x - 3} \, dx =$$

$$41. \int \frac{x^2 - 1}{(x+2)^3} \, dx =$$

$$42. \int \frac{3x+1}{4x^2 - 12x + 9} \, dx =$$

$$43. \int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} \, dx =$$

$$44. \int \frac{x}{x^4 - 3x^2 + 2} \, dx =$$

$$45. \int \frac{\sqrt{x}}{x \cdot \sqrt{x} - 1} \, dx =$$

$$46. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} - 1} \, dx =$$

$$47. \int \frac{1 - e^{-x}}{e^{2x} - 1} \, dx =$$

$$48. \int \frac{2^{3x}}{2^{2x} - 1} dx =$$

$$49. \int \frac{\cos x}{2 - \cos x} dx =$$

$$50. \int \frac{1}{\sin x \cdot (\cos x + 2)} dx =$$

$$1. \int \left(x^2 \cdot \sqrt[5]{x^2} - 2^x + \frac{1}{x \cdot \ln 3} + \ln \pi - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = ?$$

$$2. \int \left(5x^7 - \frac{2}{x^3} - 3^x - \sqrt[3]{x} - \sin x \right) dx = ?$$

$$3. \int \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x} dx = ?$$

$$4. \int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx = ?$$

$$5. \int \frac{4}{e^{2x}} dx = ?$$

$$6. \int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx = ?$$

$$7. \int \frac{4 \sin x}{5 \cos x + 4} dx = ?$$

$$8. \int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx = ?$$

$$9. \int (\sin x)^4 \cdot \cos x dx = ?$$

$$10. \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = ?$$

$$12. \int \sin(2x-5) dx = ?$$

$$13. \int \frac{2x-6}{x^2-6x+8} dx = ?$$

$$14. \int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx = ?$$

15. $\int x \cdot \sin x dx = ?$
16. $\int x \cdot e^{3x} dx = ?$
17. $\int x^2 \cdot e^{3x} dx = ?$
18. $\int \ln x dx = ?$
19. $\int x \cdot \ln x dx = ?$
20. $\int \operatorname{arctg}(5x) dx = ?$
21. $\int e^x \cdot \sin x dx = ?$
22. $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx = ?$
23. $\int \frac{1}{(3x-5)^5} = ?$
24. $\int \cos \frac{2x-1}{3} dx = ?$
25. $\int (9x^2 - 2) \cdot (3x^3 - 2x)^7 dx = ?$
26. $\int 2^x \cdot \sqrt{2+2^x} dx = ?$
27. $\int \frac{2 \sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx = ?$
28. $\int \operatorname{tg} x dx = ?$

29. $\int \frac{\cos 2x}{\sin 2x + 3} dx = ?$
30. $\int \frac{e^{\operatorname{ctgx}}}{\sin^2 x} dx = ?$
31. $\int \frac{1}{x^2 + 16} dx = ?$
32. $\int \frac{6x-1}{(x-1)(x-2)} dx = ?$
33. $\int \frac{8x+14}{(x-2)(x+4)} dx = ?$

$$34. \int \frac{9}{2x^2 - 2x - 4} dx = ?$$

$$35. \int \frac{x}{2x^2 - 12x + 18} dx = ?$$

$$36. \int \sin^3 x dx = ?$$

$$37. \int \cos^4 x dx = ?$$

$$38. \int \sin^5 x dx = ?$$

$$39. \int \cos^5 x dx = ?$$

$$40. \int \frac{x^2 + x}{x^2 + 1} dx = ?$$

Határozott integrál – a primitív fv. meghatározása szükséges, a végeredmény csak segítség!

$$1. \int_0^{\pi} \sin x dx = [-\cos x]_0^{\pi} = -\cos \pi - (-\cos 0) = 2$$

$$2. \int_1^5 x^2 dx = ? \quad = \frac{124}{3}$$

$$3. \int_2^8 \frac{5}{x} dx = ?$$

$$= 5(\ln 8 - \ln 2) = 5 \ln \frac{8}{2} = 5 \ln 4$$

$$4. \int_{-1}^{\frac{1}{2}} 4e^{2x} dx = ? \quad = 2(e - e^{-2}) \cong 5.166$$

$$5. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx = ? \quad = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$6. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx = ? \quad = \ln 2$$

$$7. \int_0^2 x \cdot e^x dx = ? \quad = e^2 + 1$$

$$1. \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} dx = \quad (= \ln 2)$$

$$2. \int_2^7 \sqrt{x+2} dx = \quad \left(= \frac{38}{3} \right)$$

$$3. \int_3^5 \frac{x}{x^2 - 4} dx = \quad \left(= \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{21}{5} \right)$$

$$4. \int_{-3}^3 \sqrt{16 + x^2} dx = \quad \left(= 16 \cdot \operatorname{arsh} \frac{3}{4} + 15 \right)$$

$$5. \int_2^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx = \quad (= 3 - \sqrt{5})$$

$$6. \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{9+x^2}} dx = \quad \left(= \operatorname{arsh} \frac{4}{3} \right)$$

$$7. \int_0^1 x^2 \cdot e^x dx = \quad (= e - 2)$$

$$8. \int_0^1 x^2 \cdot \operatorname{arctg} x dx = \quad \left(= \frac{\pi}{12} + \frac{1}{6} \cdot (\ln 2 - 1) \right)$$

$$9. \int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2} dx = \quad \left(= \frac{\pi}{12} \right)$$

$$10. \int_0^1 \frac{x^3}{(x+1)^2} dx = \quad (= 3 \cdot \ln 2 - 2)$$

$$11. \int_1^2 \frac{1}{x^2 + 5x + 4} dx = \quad \left(= \frac{1}{3} \cdot \ln \frac{5}{4} \right)$$

$$12. \int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{x+4\sqrt{x}+5} dx = \left(= 2 - 5 \cdot \ln \frac{26}{17} + 10 \cdot (\arctg 5 - \arctg 4) \right)$$

$$13. \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{e^{2x} - 2 \cdot e^x + 1} dx = \left(= \frac{1}{2} + \ln \frac{3}{4} \right)$$

$$14. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 - \sin x}{2 + \cos x} dx = \left(= \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{9} + \ln \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$

15. Határozza meg az $f(x) = x + \frac{1}{x}$ függvény görbéje alatti területet az

$$[1, e]\text{-ra!} \quad \left(t = \frac{1}{2} \cdot (e^2 + 1) \right)$$

16. Számítsa ki az $f(x) = x \cdot e^x$ függvény görbéje, az X-tengely és az $x = 4$ egyenes által közbezárt területet!

$$(t = 3 \cdot e^4 + 1)$$

17. Mennyinek válasszuk az a értékét, hogy az $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ függvény

$$[-a, a]\text{-ra vett függvénygörbe alatti területe } \frac{\pi}{2} \text{ legyen?} \quad (a = 1)$$

18. Számítsa ki az $f(x) = 9 - x^2$ és $g(x) = x + 3$ függvények görbéi által közbezárt véges síkrész területét!

$$\left(t = \frac{125}{6} \right)$$

19. Határozzuk meg az $f(x) = -x^2 + 5x - 4$ függvény görbéje, valamint a $P_1(0, -4)$ és $P_2(4, 0)$ pontjaihoz tartozó érintői által közbezárt területet!

$$\left(t = \frac{200}{3} \right)$$

20. Hány egységnyi az a térfogat, melyet az $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ függvény

$[1, 3]\text{-ra vett görbedarabjának X-tengely körüli megforgatásával származtathatunk?}$

$$(V = \pi \cdot (4 \cdot \sqrt{3} - 2 + \ln 3))$$

21. Mennyi az $f(x) = \sin x$ függvény $[0, \pi]\text{-ra vett görbedarabjának X-tengely körüli megforgatásával keletkező forgástest térfogata?}$

$$\left(V = \frac{\pi^2}{2} \right)$$

22. Egy X-tengelyű forgástest alkotója az $f(x) = \ln x$ függvény $[1, e]$ -ra vett görbedarabja. Számítsa ki a forgástest térfogatát!

$$(V = \pi \cdot (e - 2))$$

23. Számítsa ki az $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ egyenletű ellipszis X-tengely körüli megforgatásával keletkező forgási ellipszoid térfogatát!

$$(V = 4 \cdot \pi)$$

24. Számítsa ki az $f(x) = 2x\sqrt{x} + 5$ függvény $[0, 11]$ -ra vett görbedarabjának ívhosszát!

$$(s = 66)$$

25. Számítsa ki az $f(x) = 1 - \ln \cos x$ függvény $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ -ra vett

görbedarabjának ívhosszát!

$$\left(s = 2 \cdot \operatorname{arth} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \right)$$

26. Számítsa ki az $f(x) = \sqrt{5x - 1}$ függvény $[3, 5]$ -ra vett ívdarabjának X-tengely körüli megforgatásával keletkező forgástest palástjának felszínét!

$$\left(F = \frac{\pi}{4} \cdot (1331 - 39 \cdot \sqrt{39}) \right)$$

27. Számítsa ki az $f(x) = x^3$ függvény $[0, \sqrt[4]{7}]$ -ra vett görbedarabjának X-tengely körüli megforgatásával keletkező forgástest palástjának felszínét!

$$\left(F = \frac{511}{27} \cdot \pi \right)$$

28. Mennyi az $f(x) = 3 \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{3}$ függvény $[0, 6]$ -ra vett görbedarabjának X-tengely körüli megforgatásával származtatott forgástest palástjának felszíne?

$$\left(F = 9 \cdot \pi \cdot \left(2 + \frac{\operatorname{sh} 4}{2} \right) \right)$$

29. Számítsa ki az $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ellipszis X-tengely körüli megforgatásával

származtatott ellipszoid felszínét!

$$\left(F = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{9} \cdot \pi^2 + 2 \cdot \pi \right)$$

30. Számítsa ki annak a forgástestnek a felszínét, melyet az $f(x) = x^3$ és a

$g(x) = \sqrt{x}$ függvények görbéi által közrezárt "sziromszerű" alakzat

X-tengely körüli megforgatásával származtatunk!

$$\left(F = \frac{20 \cdot \sqrt{10} + 45 \cdot \sqrt{5} - 11}{54} \cdot \pi \right)$$