

2. rész: SZÖVEGES FELADATOK

SZF.1. Bontsuk fel – a deriválás felhasználásával – a 4 -et két pozitív valós szám összegére úgy, hogy a két szám szorzata maximális legyen!

SZF.2. Alakítsunk ki egy egyenes partvonalú tó partján egy 1800m^2 -es, téglalap alakú telket úgy, hogy a kerítés hossza minimális legyen! (A tó felől nem kerítünk.) Mekkora legyenek a telek oldalai?

SZF.3. Határozzuk meg az adott „a” alkotójú, legnagyobb térfogatú kúp „m” magasságát és alapkörének „r” sugarát!

SZF.4. Határozzuk meg a 600m^2 felszínű, maximális térfogatú négyzetes hasáb adatait!

SZF.5. Határozzuk meg az 1000m^3 térfogatú, minimális felszínű négyzetes hasáb adatait!

SZF.6. 4 db 2m hosszú rúdból egyenes, négyzetes gúla alakú sátorvázat építünk. Mekkora alapterület esetén lesz a térfogat maximális?

SZF.7. Adott „a”, „b” oldalú téglalap sarkaiból mekkora négyzeteket kell kivágni, hogy a fennmaradó részt felül nyitott dobozzá hajtogatva, annak térfogata maximális legyen?

SZF.8. Egy téglatest alakú, nyitott tetejű, 128m^3 térfogatú dobozt kell készítenünk. A doboz alja négyzet alakú, és egy négyzetméter 2dollarba kerül, oldalainak négyzetmétere 0,5dollarba. Mekkora legyen a doboz aljának oldalát és a doboz magasságát, hogy a költség minimális legyen?

3. rész: L' HOSPITAL SZABÁLY

Számítsuk ki az alábbi, „0/0” típusú határértékeket!

LH.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\arcsin x}$

LH.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

LH.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$

LH.4. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos^2 x}{x - \pi/2}$

Számítsuk ki az alábbi, „ ∞/∞ ” típusú határértékeket!

LH.5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$

LH.6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}$

LH.7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3}$

Számítsuk ki az alábbi, „ $\infty - \infty$ ” típusú határértékeket!

LH.8. $\lim_{x \rightarrow 0+0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

LH.9. $\lim_{x \rightarrow 0+0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

Számítsuk ki az alábbi, „ $0 \cdot \infty$ ” típusú határértékeket!

LH.10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$

LH.11. $\lim_{x \rightarrow 0+0} x \cdot \operatorname{ctg}(\pi x)$

LH.12. $\lim_{x \rightarrow 0+0} \ln x \cdot \sin x$

Számítsuk ki az alábbi határértékeket!

LH.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

LH.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

LH.15. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg}(\pi x)$

LH.16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$

4. rész: TELJES FÜGGVÉNYVIZSGÁLAT

TFV.1. Vázoljuk fel egy olyan függvény grafikonját, amelynek értelmezési tartománya a $(-5; 10]$ intervallum, folytonos, zérushelyei $-4, 3, 10$; abszolút minimuma -3 és ezt az $x_1=0$ helyen veszi fel; abszolút maximuma nincs, lokális maximuma az $x_2=8$ helyen van és értéke 5 .

Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényekre és rajzoljuk fel a grafikonjukat:

TVF.2. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

TVF.3. $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$

TVF.4. $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$

TVF.5. $x \cdot (x-1)^3$

TVF.6. $f(x) = x^2 e^x$

TVF.7. $f(x) = x^2 e^{-x}$

TVF.8. $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

TVF.9. $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$

TVF.10. $f(x) = x^4 + 4x^3$

TVF.11. $f(x) = 3x^5 - 20x^3$

TVF.12. $f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$

Vizsgáljuk a következő függvényeket monotonitás, lokális szélsőérték szempontjából:

TVF.13. $f(x) = x^2 \cdot \ln(x^2)$

TVF.14. $f(x) = x \cdot e^{\frac{-2x}{3}}$

TVF.15. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x - 2}$

Vizsgáljuk a következő függvényeket konvexitás, konkávitás, inflexió pont szempontjából:

TVF.16. $f(x) = \ln(1 + x^2)$

TVF.17. $f(x) = \sin x + x$