

Számsorozatok

Írja fel az alábbi sorozatok n -dik elemét! Vizsgálja meg, hogy a sorozat korlátos-e, monoton-e, illetve konvergens-e!

2.1.

$$1, 4, 9, 16, \dots$$

2.2.

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \dots$$

2.4.

$$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$$

2.5.

$$-1, 1, -1, 1, -1, \dots$$

Írja fel az alábbi sorozatok első néhány elemét. Vizsgálja meg, hogy a sorozat korlátos-e, monoton-e, konvergens-e!

2.9. $a_n = 3n$

2.12. $a_n = -\frac{3}{n^2}$

Számsorozat határértéke

Vizsgálja meg, hogy konvergensek-e az alábbi sorozatok. Ha igen, akkor határozza meg azt az $N(\varepsilon)$ küszöbindexeket, melynél nagyobb indexű elemek a számsorozatban az előírt ε -nál kisebb hibával közelítik meg a sorozat határértékét.

2.48

$$a_n = \frac{4n+3}{5n-1} \quad \varepsilon = 10^{-3}$$

2.50

$$a_n = \frac{4n+1}{7-5n} \quad \varepsilon = 10^{-4}$$

2.51

$$a_n = \frac{2}{(n+1)^2} \quad \varepsilon = 10^{-4}$$

2.55

$$a_n = \sqrt{\frac{n+4}{n}} \quad \varepsilon = 10^{-1}$$

2.59

$$a_n = \frac{3^{n+2}5^n}{n}$$

2.60

$$a_n = \frac{3^n}{2^{n+1}}$$

Határozza meg az alábbi sorozatok határértékét!

2.15

$$a_n = 2n^2 - 7n + 4$$

2.16

$$a_n = \frac{n^8 - 9}{n^9 + 12n^2 + 5}$$

2.17

$$a_n = \frac{3n - 4}{5n + 1}$$

2.18

$$a_n = \frac{2n^2 - 7n + 4}{3n^3 + 5n - 8}$$

2.19

$$a_n = \frac{2n^3 - 7n + 4}{3n^2 + 5n - 8}$$

2.20

$$a_n = \frac{3n^5 + 4n - 2}{7n^5 + 3n^3}$$

2.21

$$a_n = \frac{2n^2 - 7n + 4}{3n^2 + 5n - 8}$$

2.22

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{n + 5}$$

Határozza meg az alábbi sorozatok határértékét!

2.24 $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

2.25 $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$

2.26 $a_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + n}$

2.27 $a_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

2.28 $a_n = n\sqrt[4]{n^4 + n^2} - n^2$

2.29 $a_n = \sqrt{n+4\sqrt{n}} - \sqrt{n-10\sqrt{n}}$

2.30 $a_n = \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1}$

2.33 $a_n = n(\sqrt{n^2 - 1} - n)$

Határozza meg az alábbi határértékeket!

2.61

$$a_n = \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$$

2.62

$$a_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$$

2.63

$$a_n = \left(\frac{n+2}{n}\right)^n$$

2.64

$$a_n = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$$

2.65

$$a_n = \left(\frac{n-1}{n} \right)^{n+1}$$

2.66

$$a_n = \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)^n$$

2.67

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{2n+3}$$

2.68

$$a_n = \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{3n}$$