

Játékelmélet és hálózati alkalmazásai 2020 MintaZh MO

1. Tekintsük az alábbi mátrix formában adott játékot!

		2. játékos		
		B	K	J
1. játékos	F	(-1,2)	(1,3)	(2,1)
	K	(1,0)	(-1,5)	(2,2)
	L	(1,1)	(3,-1)	(1,1)

Van-e a játékban (tiszt) Nash-egyensúly, és ha igen, mi az (mik azok)? (2p)

MO:

(L,B) NE

2. Tekintsük az alábbi mátrix formában adott játékot!

		2. játékos	
		B	J
1. játékos	F	(-1,2)	(1,1)
	L	(1,0)	(0,2)

Mi a játék kevert Nash-egyensúlya? (3p)

MO:

Tiszta NE nincs.

Tfh: Az 1. játékos p valószínűséggel játsza F-et, $(1-p)$ valószínűséggel L-t, A 2. játékos q valószínűséggel B-t és $(1-q)$ valószínűséggel J-t

		2. játékos		q-mix
		B	J	
1. játékos	F	(-1,2)	(1,1)	$-1q+1(1-q)$
	L	(1,0)	(0,2)	$1q+0$
p-mix		$2p$	$1p+2(1-p)$	

p-mix: A 2. játékos kifizetésének várható értéke a tiszta stratégiák esetén ha az 1. játékos p -vel keveri a stratégiáit. q-mix hasonlóan..

$\rightsquigarrow$ válasszuk úgy p -t hogy a 2. játékosnak ne legyen értelme preferálnia egyik tiszta stratégiáját sem:

$$2p = p + 2(1 - p) \rightsquigarrow 3p = 2 \rightsquigarrow p = \frac{2}{3}$$

$\rightsquigarrow$ válasszuk úgy q -t hogy 1-nek ne legyen értelme preferálnia egyik tiszta stratégiáját sem:

$$-2q + 1 = q \rightsquigarrow q = \frac{1}{3}$$

Ellenőrzés: Ha $p = \frac{2}{3}$ $q = \frac{1}{3}$ akkor az 1. játékos kifizetése:

$$-1pq + 1p(1 - q) + 1(1 - p)q + 0(1 - p)(1 - q) = \frac{1}{3}$$

A 2. játékos kifizetése:

$$2pq + 1p(1 - q) + 0(1 - p)q + 2(1 - p)(1 - q) = \frac{4}{3}$$

Ha pl $q = \frac{1}{3}$, és pl. $p=0.2 \rightsquigarrow 1$ kifizetése ugyanúgy $\frac{1}{3}$,
 másrészt ha $p = 2/3$ és q -t változtatok pl. $q=0.4 \rightsquigarrow 2$. játékos kifizetése ugyanúgy $\frac{4}{3}$

3. Tekintsük az alábbi, 3-szereplős mátrix formában adott játékot!

3. játékos E		2. játékos		3. játékos H		2. játékos	
		B	J			B	J
1. játékos	F	(-1,2,2)	(1,3,1)	1. játékos	F	(1,-3,3)	(1,3,0)
	L	(0,1,2)	(0,1,3)		L	(1,2,2)	(0,1,2)

Van-e a játékban Nash egyensúly, illetve erős Nash-egyensúly, és ha igen, mi az (mik azok)? (3p)

MO:

- (F,J,E), (L,B,H) NE
- (F,J,E) SNE, mert immunis a koalíciós deviációkra. (L,B,H) nem SNE, mert ha $\{1, 2\}$ deviál, jobban járnak, egyikük (2) szigorúan.

4. Tekintsük a következő evolúciós játékot

		2. bogár	
		kicsi	nagy
1. bogár	kicsi	(3,3)	(1,4)
	nagy	(4,1)	(2,2)

Evolúciósan stabil-e a 'kicsi' stratégia? (3p)

MO:

Tfh. Egy kis x -re a populáció $(1 - x)$ része a 'kicsi' stratégiát használja és x része a 'nagy'-ot (megérkezik a nagy bogarak egy alacsony egyedszámú 'invader' populációja).

- Egy kis bogár várható kifizetése: $1 - x$ valséggel egy másik kis bogárral találkozik ($\rightarrow 3$), x valséggel egy nagy bogárral ($\rightarrow 1$)

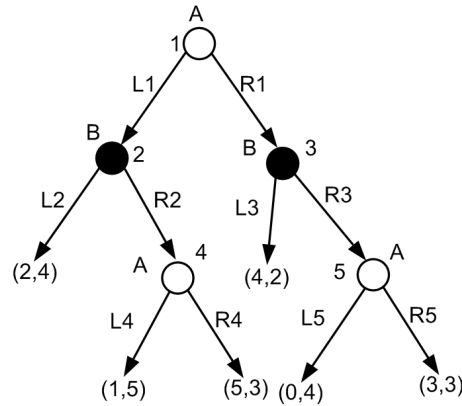
$$3(1 - x) + 1x = 3 - 2x$$

- Egy nagy bogár várható kifizetése: $1 - x$ valséggel egy kis bogárral találkozik ($\rightarrow 4$), x valséggel egy másik nagy bogárral ($\rightarrow 2$)

$$4(1 - x) + 2x = 4 - 2x$$

Kicsi (nem csak kicsi) x -ekre $4-2x > 3-2x \rightsquigarrow$ a 'kicsi' stratégia nem evolúciósan stabil.

5. Tekintsük a következő extenzív formában adot játékot:



Adja meg a részjáték-tökéletes egyensúlyhoz tartozó stratégiákat (minden játékos döntéseit minden lehetséges döntési pont esetén) (3p)!

MO: Hátratarató indukcióval: A: (R1,R4,R5), B: (L2,R3)

6. Legyen egy 3 játékosból álló kooperatív játékra

$$v(1) = 1 \quad v(2) = 3 \quad v(3) = 0 \quad v(\{1, 2\}) = 3 \quad v(\{1, 3\}) = 3 \quad v(\{2, 3\}) = 1 \quad v(\{1, 2, 3\}) = 5$$

- Mag belé-e az $x = [1, 2, 2]$ elosztás? (1p)
- Üres-e a mag a játék esetén? Ha nem, adjon meg mag-beli elosztást (2p)!
- Konvex-e a játék? Miért? (2p)

MO:

- Nem ($\{2\}$ blokkolja)
- Üres mert teljesülnie kellene annak hogy $x_1 + x_3 \geq 3$, $x_2 \geq 3 \rightsquigarrow x_1 + x_2 + x_3 \geq 6$ de az összkifizetés max 5 lehet.
- Nem ($S = \{1\}$, $T = \{2\}$): $v(S) + v(T) = 1 + 3 = 4 > v(S \cup T) + v(S \cap T) = 3 + 0 = 3$

7. Tekintsük a következő csődp problémát:

	c_1	c_2	c_3
E/C	150	200	350
500	x_1	x_2	x_3

VSZ-konzisztens-e az $x = [100, 150, 250]$ elosztás (2p)?

MO:

- 1,2: Az összes kapott vagyon 250.
1 ad 100-at 2-nek, 2 ad 50-et 1-nek, a maradékot (100) elosztják egyenlően: 50-50
 $\rightsquigarrow$ 100-150 $\rightsquigarrow$ eddig ok.
- 1,3: Az összes kapott vagyon 350.
1 ad 200-at 3-nak, a maradékot (150) elosztják egyenlően: 75-75 $\rightsquigarrow$ 75-275 $\rightsquigarrow$ nem VSZ-konzisztens.