

Igaz-Hamis állítások indoklással

Kérdésenként részpontszám kapható, de az 5 pont csak jó válasz, és helyes indoklás esetén.

6. Helyes-e a következő állítás? Ha egy $B=20\text{kHz}$ sávszélességű jelet $f_s=50\text{kHz}$ frekvenciával mintavételezük, akkor ez 1 perc alatt 300 000 mintát eredményez. Indokolja Válaszát! (5pont) (5/5 Points)

hamis, a minták száma $60 \cdot 50\,000 = 3\,000\,000$

7. Helyes-e a következő állítás? A $h(n)=[1 \ -1]$ impulzusválaszú kauzális szűrőnek 1 pólusa és 1 zérusa van. Indokolja állítását! (0/5 Points)

hamis, 1 zérusa és 2 pólusa van

☞ "Megoldás:

Igaz. $H(z)=1-z^{-1}=(z-1)/z$, amiből látható, hogy a $z=1$ helyen egy darab zérusa, és a $p=0$ helyen egy darab pólusa van ennek a rendszernek."

8. Helyes-e a következő állítás? Az $y(n)-2.5y(n-1)+y(n-2)=x(n-1) - 2x(n-2)$ rendszeregyenlettel adott rendszer stabil. Indokolja állítását! (2/5 Points)

hamis, mert a karakterisztikus polinom gyökei 2 és 0,5 (mindkettő kisebb kell, hogy legyen min 1)

☞ "Megoldás:

Igaz. Mivel $H(z)=[z^{-1}-2z^{-2}]/[1-2.5z^{-1}+z^{-2}]=[z-2]/[(z-2)(z-0.5)]=1/(z-0.5)$, ahol látható, hogy a $z=2$ helyen lévő zérus kiejti a $p=2$ helyen lévő pólust, és így csak egy darab a $p=0.5$ helyen lévő pólusa marad a rendszernek, amire teljesül a BIBO stabilitás feltétele: $|p_i|<1$."

9. Helyes-e a következő állítás? Ha két azonos, $y(n)-0.5y(n-1)=x(n)$ rendszeregyenlettel adott LTI rendszert párhuzamosan kapcsolunk, akkor az eredő rendszert megvalósító kanonikus blokkdiagram 2 késleltetőt tartalmaz. Indokolja állítását!
(1/5 Points)

HAMIS, csak egyet tartalmaz, mert nincs $n-1$ - nél korábbi tag

☐ "Megoldás:

Hamis. Párhuzamos kapcsolás esetén az impulzusválaszok (illetve az átviteli függvények) összeadódnak, ezért $H_e(z)=z/(z-0.5)+z/(z-0.5)=2z/(z-0.5)$, ami a $y(n)-0.5y(n-1)=2x(n)$ eredő rendszeregyenletet eredményezi, ebből látszik, hogy a blokkdiagramja 1 késleltetőt tartalmaz."

10. Helyes-e a következő állítás? A $h(n)=[1 \ -1]$ impulzusválasszal adott ún. trend szűrő felüláteresztő szűrőt valósít meg. Indokolja állítását!
(0/5 Points)

hamis, mert aluláteresztő szűrőt

☐ "Megoldás:

Igaz. A $h(n)$ impulzusválaszból DTFT-vel kapott átviteli karakterisztika $H(\omega)=1-e^{(-j\omega)}=je^{(-j\omega/2)}2\sin(\omega/2)$, amiből az amplitúdó karakterisztika $|H(\omega)|=2|\sin(\omega/2)|$. Ebből látszik a $[0 \ \pi]$ intervallumon, hogy felüláteresztő a szűrő jellege."

11. Egy lineáris, időinvariáns rendszer adott az a_i és b_j együtthatóival az alábbi módon:

$$a_0=1; a_1=0.5; b_0=1; b_1=0; b_2=1$$

- a) Adja meg az impulzusválaszt a rendszerhez tartozó differenciaegyenlet időtartománybeli megoldásával! (10p)
- b) Adja meg a rendszer pólus-zérus ábráját! (5p)
- c) Ábrázolja a $|H(\omega)|$ amplitúdó karakterisztikát léptékhelyesen $[-3\pi; 3\pi]$ között az ω/f_s relatív frekvenciatartományon! (Segítség: a pólus zérus ábrából közvetlenül lerajzolható.)! Milyen jellegű ez a szűrő? (10p) (Non-anonymous question ?) (20/25 Points)

 [11_ZZMDFE@azure.ppk.e.hu.pdf](#)

☐ "Mo:

- a) A differenciaegyenlet: $y(n)+0.5y(n-1)=x(n)+x(n-2)$. A homogén megoldás: $y_h(n)=C(-0.5)^n$, ami $n \geq M-N+1=2-1+1=2$ esetén megegyezik a $h(n)$ impulzusválasszal. Fokozatos behelyettesítéssel: $y(-1)=0$; $y(0)=1$; $y(1)=-0.5$; $y(2)=1.25$; $y(3)=-0.625$..., amiből $h(2)=C(-0.5)^2=1.25$, amiből $C=5$. Ell.: $h(3)=5(-0.5)^3=-0.625$, ami megegyezik a fokozatos behelyettesítéssel számolt értékkel.
- b) $H(z)=[1+z^{-2}]/[1+0.5z^{-1}]=[z^2+1]/[z^2+0.5z]=[(z+j)(z-j)]/[z(z+0.5)]$, azaz $z_1=j$ és $z_2=-j$ helyen két zérus, $z=0$ és $z=-0.5$ helyen két pólus jelenik meg a pólus-zérus ábrán.
- c) A pólus-zérus ábráról az egységkörön végigszaladva néhány ω ponton kell távolságot számítani a pólusoktól és zérusoktól, amiből:
 $|H(0)|=(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2})/(1 \cdot 1.5)=4/3$; $|H(\pi/2)|=0=|H(3\pi/2)|$; $|H(\pi)|=(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2})/(1 \cdot 0.5)=4$.
Az ábrázolásnál figyelni kell, hogy $|H(\omega)|$ amplitúdó karakterisztika (és minden diszkrét jel spektrumára ez igaz) 2π -vel periodikus a relatív frekvenciatartományon."

12. J fokszámú FIR szűrőt tervezünk ablakolással.

- a) Adja meg a $[\pi/4, \pi/2]$ relatív frekvenciatartományon ideális sáváteresztő szűrő derékszögű ablakfüggvénnyel vett közelítésének az impulzusválasz függvényét $J=3$ esetén! (10p)
- b) Mi történik, ha egy $[3\pi/4, \pi]$ relatív frekvenciatartományon ideális felüláteresztő szűrőt és egy $[\pi/4, \pi/2]$ relatív frekvenciatartományon ideális sáváteresztő szűrőt párhuzamosan kapcsolunk? Rajzolja le az eredő átviteli karakterisztikát a $[-2\pi, 2\pi]$ tartományon! (5p)

(Non-anonymous question ?) (3/15 Points)

 [12_ZZMDFE@azure.ppke.hu.jpg](mailto:12_ZZMDFE@azure.ppke.hu)

- "a) súlyos hiba: $h(n)$ valós!!! 3p
- b) -

Megoldás:

a) $h_d(n) = \dots = [\sin(\omega_2 n) - \sin(\omega_1 n)] / (\pi n) = [\sin(\pi/2 n) - \sin(\pi/4 n)] / (\pi n)$, amiből

$$h(0) = h_d(-1) = (1 - \sqrt{2}/2) / \pi \approx 0.0932$$

$$h(1) = h_d(0) = 1/4 = 0.25$$

$$h(2) = h_d(1) = (1 - \sqrt{2}/2) / \pi \approx 0.0932$$

b) egy olyan ideális szűrőkarakterisztikát kapunk, amely a $[\pi/4, \pi/4]$ és $[3\pi/4, \pi]$ intervallumon 1, egyébként a $[0, \pi]$ intervallum többi helyén 0. Ez 2π -vel periodikus, és szimmetrikus az y tengelyre."

13. Outlier detekciót kívánunk végrehajtani egy $J=3$ foksámú szűrővel, ahol a sztochasztikus folyamat korrelációs függvény becslésének értékei $R(0)=1$, $R(1)=-0.5$, $R(2)=0.5$ és $R(3)=0$!
- Adja meg a w_{opt} optimális szűrőegyüttható vektor első komponensét (a második és harmadik komponense egyaránt 0.5)! (5p)
 - Rajzolja le a szűrőt megvalósító blokkdiagramot a konkrét w_{opt} szűrőegyüttható értékekkel! (5p)
 - Adja meg FFT alkalmazásával és a w_{opt} optimális szűrőegyütthatójú szűrő $H(k)$ mintavett átviteli karakterisztikáját ($N=4$)! (10p)
 - Ábrázolja a relatív frekvenciatartományon a szűrő $|H(k)|$ mintavett amplitúdó karakterisztikáját ($N=4$)! Milyen jellegű ez a szűrő? (5p)
 - Adja meg szűrő kimenetét, ha a megfigyelt folyamat idősorának értékei $x(n)=[1, 0.5, 0, 1, -0.2, 0.6, -0.4, 0.3]$! (Segítség: diszkrét konvolúcióval, és a számításokhoz pl. Matlabot is használhatnak - <https://matlab.mathworks.com/>)! (5p)
 - Az $x(n)$ idősor mely értékeit fogja a detektor outliernek jelölni, ha a küszöbértéket $c=0.2$ -re választjuk? (5p) (Non-anonymous question ?) (18/35 Points)

 13_ZZMDFE@azure.ppke.hu.pdf

☞ "Megoldás:

- $Rw_{\text{opt}} = r$; $w_{\text{opt}} = [-0.5, 0.5, 0.5]$, elég egy egyenletet megoldani, mivel két ismeretlent a feladatban megadtunk.
- Itt egy FIR szűrő architektúra a válasz 3 késleltetővel és $b_0=0$, $b_1=-0.5$, $b_2=0.5$, $b_3=0.5$ együtthatókkal.
- Egy $N=4$ pontos DFT-hez tartozó FFT jelfolyamgráfban 4 lepke van, melynek a kimenetén $H(k)=[0.5 -0.5+j \ 0.5 -0.5-j]$ lesz.
- $|H(k)|=[0.5 \sqrt{1.25} \ 0.5 \sqrt{1.25}]$ ábrázolása után látszik, hogy a $[0 \ \pi]$ intervallumon sáváteresztő a jellege.
- $y(n)=h(n) \otimes x(n)$, ami kiszámolható papíron, vagy Matlabon a $\text{conv}(x,h)$ függvénnyel, ahol $x=[1, 0.5, 0, 1, -0.2, 0.6, -0.4, 0.3]$ és $w=[0 -0.5 \ 0.5 \ 0.5]$. Az eredmény:
 $y=[0, -0.5, 0.25, 0.75, -0.25, 0.6, 0.1, 0.4, -0.05, -0.05, 0.1500]$.
- $e(n)=x(n)-y(n)$, amiből a detekció során az $|e(n)| > c$ egyenlőtlenséget vizsgáljuk. Esetünkben az $|e(n)|$ az alábbi:
 $|e(n)|=[1, 1, 0.25, 0.25, 0.05, 0, 0.5, 0.1, \dots]$, ahol az első három komponens nem releváns. A c küszöbvel összevetve az $x(n)$ vektor 4. és 7. komponense (azaz az 1 és a -0.4) lesz."