

# ANALÍZIS SZIGORLATI TÉTELEK

## 2017.

### 1. **Infimum és supremum.**

Cantor féle közös-pont tétel. **Teljes indukció.**

Alapegyenlőtlenségek: számtani és mértani közép- ill. háromszög-egyenlőtlenség.

Infimum és supremum létezése (B)

*Másodrendű Taylor formula kétváltozós valós függvényekre. (B)*

### 2. **Mértani sor.**

**Végtelen számsor összege.** Divergencia teszt. Hányados kritérium és gyökkritérium (egyikre B). Abszolút- és feltételes konvergencia. Leibniz-sor (B).

*Kétváltozós függvény felületének felszíne.*

### 3. **Függvény határértéke véges pontban.**

Egyoldali határértékek. Átviteli elv.

Határérték fogalom kiterjesztése. Korlátos, zárt intervallumon folytonos függvények:

**Weierstrass I. és II. tétel** (egyikre B). Heine tétel.

*Kétváltozós függvény határértéke, folytonossága.*

### 4. **Szorzatfüggvény deriváltja.**

**Differenciálási szabályok: hányados, összetett, inverz (B) függvény.**

Monoton függvények jellemzése. **L'Hospital szabály** (B).

*Láncszabály többváltozós függvényekre. Speciális esetek.*

### 5. **Integrálszámítás 1. alaptétele**

Rolle-, **Lagrange-** (B), Cauchy–közéérték tétel.

**Taylor polinom, tulajdonságai.** (B) Lagrange-féle maradéktag.

*Lagrange-féle közéérték tétel kétváltozós függvényre. (B)*

# ANALÍZIS SZIGORLATI TÉTELEK

## 2017.

### 6. **Newton-Leibniz tétel** (B).

Riemann-integrál. Alaptulajdonságok. Elégséges feltételek integrálhatóságra (valamelyikre B). **Primitív függvény.**

*Komplex vonalintegrál, kiszámítása, tulajdonságai. Cauchy alaptétel analitikus függvény integráljáról.*

### 7. **Parciális integrálás.**

Parciális integrálás alapesetei.

Az  $f(x)=1/x^\alpha$  hatványfüggvény integrálja a  $(0,1]$  intervallumon ( $\alpha>0$ ). (B)

*Feltételes szélsőérték kétváltozós függvényre (feladat kitűzése). Lagrange-féle multiplikátor szabály.*

### 8. **Valós függvény folytonossága adott pontban.**

Sorozatfolytonosság. Szakadási helyek.

Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet megoldása: **homogén** (B), inhomogén.

*Magasabb rendű inhomogén lineáris differenciálegyenletek megoldásai.*

*Állandók variálása (B).*

### 9. **Az e szám:** sorozat határértéke illetve sor összege.

*Hatványsor, konvergencia-tartomány. Konvergencia sugár meghatározása (B).*

*Valós függvény Taylor sora. Elemi függvények Taylor sora:  $e^x$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$  (B).*

### 10. **Fourier transzformáció.**

Az  $f(x)=1/x^\alpha$  hatványfüggvény integrálja az  $[1,\infty)$  intervallumon ( $\alpha>0$ ). (B)

Valós függvény gráfjának hossza.

*Fourier transzformáció alaptulajdonságai (B).*

*Inverz Fourier transzformáció. Parseval egyenlőség.*

# ANALÍZIS SZIGORLATI TÉTELEK

## 2017.

### 11. **Polárkoordináták.**

Egyváltozós valós függvény esetén lokális szélsőérték létezésének **szükséges (B)**, illetve elégséges feltétele.

*Szükséges feltétel lokális szélsőértékre többváltozós függvényre. (B)*

*Stacionárius pont, nyeregpont.*

*Elégséges feltétel lokális szélsőértékre kétváltozós függvények esetén.*

### 12. **Parciális deriváltak kétváltozós függvényre.**

**Bolzano tétel egyváltozós (B) és kétváltozós függvényekre.**

*Parciális derivált geometriai jelentése. Magasabb rendű parciális deriváltak. Parciális deriváltak sorrendje.*

*Érintősík. Iránymenti derivált, kiszámítása (B).*

### 13. **Helyettesítés integrálban egyváltozós függvényekre.**

Konvex és konkáv függvények, ezek jellemzése.

*Függvényrendszer, ennek **Jacobi mátrixa**. Függvényrendszer invertálhatósága.*

***Kettes integrálban helyettesítés polárkoordinátákkal.***

*Hengerkoordináták és a koordináta-transzformáció Jacobi determinánsa (B)*

### 14. **Integrálfüggvény.**

Integrálszámítás II. alaptétele (B). Integrál középértéktétel (B).

*Kétváltozós függvény integrálása téglalapon.*

***Síkbeli normál tartomány.** Kettős integrál normáltartományon.*

*Helyettesítés integrálban általános koordináta-transzformációval.*

### 15. **Rendőrelv.**

Bolzano-Weierstrass tétel számsorozatokra (B).

**Számsorozat torlódási pontja.**

*Kétváltozós valós értékű függvény integrálja vonal mentén.*

***Vektormező integrálja vonal mentén. Potenciálkeresés.** Potenciál létezésének szükséges (B) és elégséges feltétele.*

# ANALÍZIS SZIGORLATI TÉTELEK

## 2017.

### 16. **Differenciálhányados.**

Derivált geometriai és fizikai jelentés. Folytonosság és deriválhatóság kapcsolata (B).

*Teljes differenciálhatóság. Kapcsolat a parciális deriváltakkal (B).*

*Komplex függvény differenciálhatósága. Cauchy-Riemann egyenletek. (B).*

### 17. **Számsorozat határértéke.**

Divergencia típusai. **Cauchy kritérium (B).**

*Cauchy-féle integrálformula analitikus függvényekre (B). Taylor sorfejtés komplex analitikus függvényre. Laurent sorfejtés.*

### 18. **Gömbi polárkoordináták.**

Elsőrendű szeparábilis DE megoldása (B).

*Gömbi polárkoordináta-transzformáció Jacobi determinánsa (B)*

*Magasabb rendű homogén lineáris DE megoldásai. Állandó együtthatós HLDE alapmegoldásai (B). Karakterisztikus polinom.*

### 19. **Fourier sor.**

Számtani átlag sorozat, ennek határértéke (B).

*Trigonometrikus rendszer ortogonalitása (B). Fourier sor komplex alakja.*

*Komplex függvény, **kanonikus alak**. Az  $e^z$  és  $\ln(z)$  függvények kiterjesztése komplex argumentumra.*

#### Jelölések

szürke háttér: beugró

vastag betű: aki nem tudja, elégtelen

(B): olyan bizonyítás, amit a 4 és 5 jegyhez tudni kell