Matematikai analízis III.
Tételjegyzék 2020.

1. Vektormező. Derivált és mérőszámai: divergencia, rotáció. Fizikai és szemléletes jelentés. Alapösszefüggések, deriválási szabályok. Vonalintegrál: definíció és kiszámítás. (B) Speciális eset $\mathbb{R}^2$-ben.

2. Egyszerű sokaságok $\mathbb{R}^n$-ben. Ezek parametrikus és implicit megadása. Példák. Vonal $\mathbb{R}^n$-ben, felület $\mathbb{R}^3$-ban. Sokaság határa. Felületi integrál $\mathbb{R}^3$-ban. Fluxus, ennek fizikai jelentése. Gauss-Osztrogradszkij tétel. (B. vázlat).

3. Klasszikus Stokes tétel. Cirkuláció, ennek szemléletes jelentése. Sokaság, általános eset. Parametrikus megadás: térkép és atlasz. Példa: egységkör síkban (B). Tangens tér és normál tér - parametrikus és implicit megadású sokaság esetén.

4. Elemi k-formák $\mathbb{R}^n$-ben. k-formák $\mathbb{R}^n$-ben. Külső szorzat, alaptulajdonságai, valamelyik (B). Differenciál k-formák. Külső deriválás. Ennek tulajdonságai. Poincaré lemma.

5. Differenciálformák $\mathbb{R}^3$-ban. Külső deriválás és vektormező deriváltak közti kapcsolat. (B) Integrálás sokaságokon: differenciál k-forma integrálja k-dimenziós sokaságon $\mathbb{R}^n$-ben. (Segítség: spec. esetként $k = 1$ ill. $k = n = 3$.)

6. Green tétel. Általános Stokes tétel. A korábban megismert integrál-transzformációs tételek (pl. Newton-Leibniz, G-O, stb,) mint az általános Stokes tétel speciális esetei, valamelyik (B).

7. Variációszámítás motiváció: fizikai példák. A kiinduló feladat matematikai modellje. Optimum létezésének szükséges feltétele: Euler-Lagrange egyenlet. (B) Példa: Brachistocrone feladat, annak megoldása.

8. Variációszámítás alapfeladat, $F(x, u, u')$ hiányos változókkal. Speciális esetekben a stacionáris megoldásra vonatkozó feltételek. Példa: forgástest felszín minimalizálása. (B)

9. Variációszámítás alkalmazás a mechanikában: Hamilton elv. Energiamegmaradás törvénye. (B) Feltétel melletti optimalizálás.

10. Variációszámítás feladatának általánosítása: több függvény együttes keresése. Optimum létezésének szükséges feltétele: Euler-Lagrange egyenlet. Pl. geodetikus görbék. Henger felszínén legrövidebb út két pont között. (B)

11. Variációszámítás alapfeladatának általánosítása. Többváltozós függvény, mint ismeretlen. Optimum létezésének szükséges feltétele: Euler-Lagrange egyenlet. Pl minimális felszín. Példa: húr mozgásának egyenlete. (B)

12. PDE típusai, alapkérdések. Elsőrendű lineáris PDE: Transzport egyenlet. Homogén egyenlet megoldása. (B) Gyenge megoldás, kezdeti szakadás terjedése időben. Inhomogén egyenlet megoldása. (B)

13. Laplace egyenlet $\mathbb{R}^3$-beli tartományban. Fizikai háttér. Peremfeltételek típusai. Példa: Megoldás $\mathbb{R}^2$-ben az egység négyzetben Dirichlet feltétellel. (B)

14. Példa: Laplace egyenlet polárkoordinátákban, megoldása kör alakú tartományon. (B) Harmonikus függvények néhány tulajdonsága.

15. Hővezetés véges rúdban. Peremfeltétel és kezdeti feltétel. Megoldás Dirichlet feltétel mellett (B). Időbeli megfordítás: A megoldás "felrobban". (B)

16. Hővezetés egyenlete végtelen hosszú rúdban. Megoldás adott kezdeti hőmérséklet mellett. (B) A megoldás értelmezése speciális kezdeti feltételek esetén.

17. Hullámegyenlet PDE. Megoldás 1 dimenzióban végtelen húr esetén: D'Alembert féle megoldás. (B) Formális kapcsolat a transzport egyenlet megoldásával. Kezdeti szakadás terjedése időben.

18. Inhomogén hővezetési feladat megoldása véges rúdban. (B). Másodrendű homogén lineáris PDE-k osztályozása.